

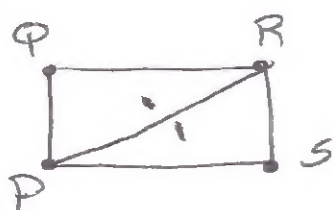
$$\textcircled{1} \int \frac{2}{3} x^3 - 6x^{1/2} + 1 dx$$

$$= \frac{2}{3} \frac{x^4}{4} - 6x^{3/2} \left(\frac{2}{3}\right) + x + C$$

$$= \frac{x^4}{6} - 4x^{3/2} + x + C$$

TP.2

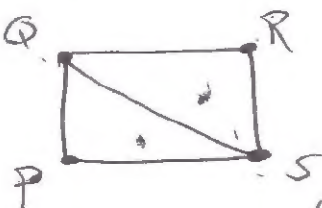
⑦ Cuadrilátero PQRS se traza la diagonal PR, quedan determinados los triángulos



$\triangle PRS$
 $\triangle PRQ$

non congruentes

En cambio si se traza la diagonal QS, quedan determinados los triángulos PQS y RQS, que son congruentes. ¿Qué tipo de cuadrilátero es PQRS? Es un paralelogramo.



$\triangle PQS$
 $\triangle RQS$

non congruentes

$\triangle PQS \cong \triangle RQS$



Tipos

de cuadriláteros:

Q Cuadrado

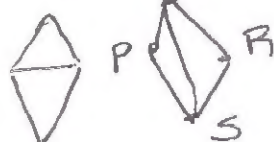
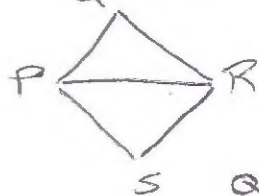
Rect.

Rombo

Romboide

Trapezio

Trapezoid



$\triangle PQS \cong \triangle RQS$

② GEOMETRÍA

②0 Si la suma de los medidos de los ángulos interiores de un polígono es igual a la suma de los medidos de sus ángulos exteriores, ¿cuántos lados tiene el polígono? ~~4~~ 4. Por lo tanto el polígono es un cuadrado.

La suma de todos los ángulos exteriores de cualquier polígono siempre es 360° . Los ángulos exteriores de un polígono regular miden exactamente lo mismo que sus ángulos centrales y se calculan de la misma forma: dividiendo 360 entre su número de lados.

~~Suma ángulos interiores de~~

① Suma ángulos interiores de un polígono:

$$180^\circ * (\underbrace{n-2}_{\text{lados}})$$

Importante:

① Suma ángulos exteriores de cualquier polígono: 360°

$$360^\circ = 180^\circ * (n-2)$$

$$360^\circ = 180^\circ n - 360 \Rightarrow 720 = 180^\circ n \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \cancel{4} \text{ ??} \Rightarrow n = 4$$

24) Cuántos lados tiene el polígono que cumple que la diferencia de la suma de los ángulos interiores menos la suma de los ángulos exteriores es 900° ?

• Suma de los ángulos interiores: $180^\circ \cdot (n-2)$
donde n es el número de lados.

Suma de los ángulos exteriores: siempre es 360° .

$$180^\circ \cdot (n-2) - 360^\circ = 900^\circ$$

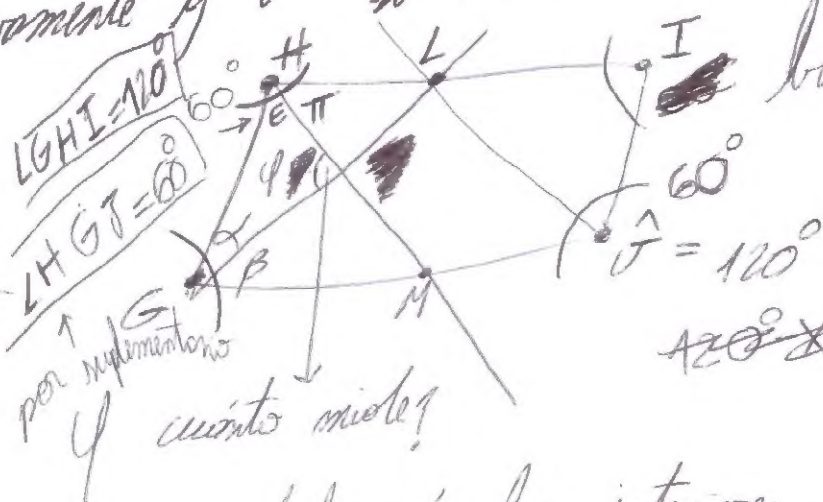
$$\Rightarrow 180^\circ n - 360 - 360^\circ = 900^\circ \Rightarrow$$

$$180^\circ n - 720^\circ = 900^\circ \Rightarrow 180^\circ n = 900^\circ + 720^\circ$$

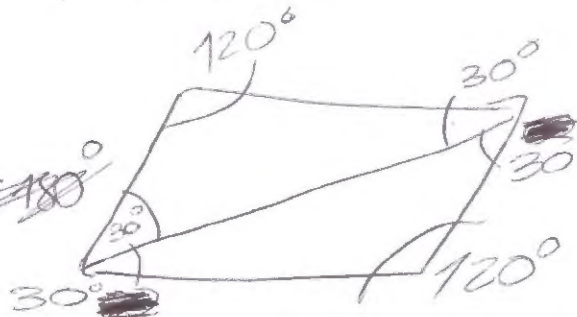
$$\Rightarrow 180^\circ n = 1620 \Rightarrow \boxed{n = 9}$$

\therefore El polígono que lo cumple tiene 9 lados.

22) Si GHIJ es un paralelogramo, HM y GL son bisectrices de los ~~ángulos~~ $\angle GHI$ y $\angle HGT$ respectivamente y $\angle T = 120^\circ$, cuánto mide el ángulo \angle ?



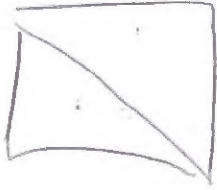
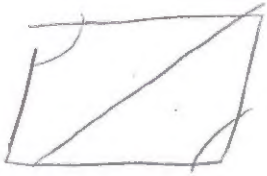
bisectrices: dividen el ángulo a la mitad



• Suma de los ángulos interiores de todo paralelogramo: 360°

④ Suma de los ángulos interiores 360° .
 $360^\circ = 180^\circ \cdot 2$

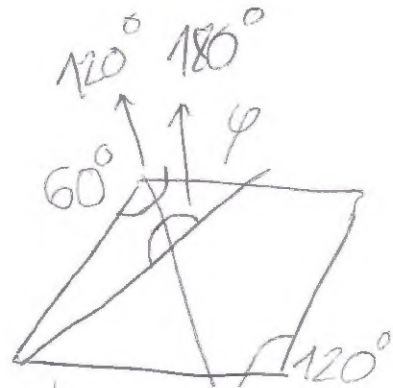
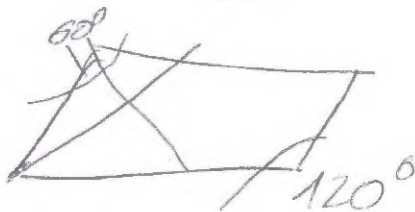
④



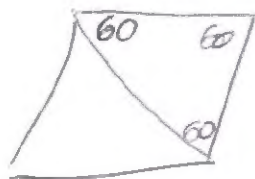
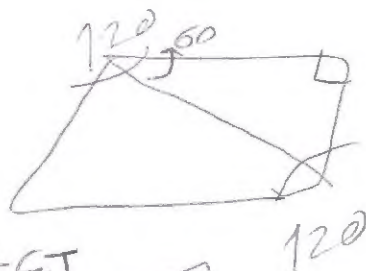
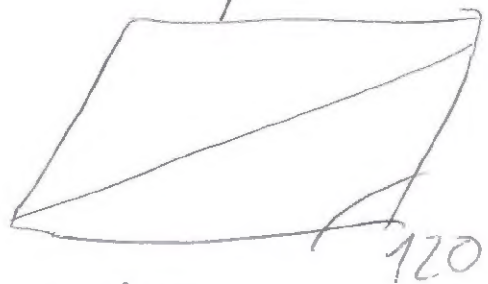
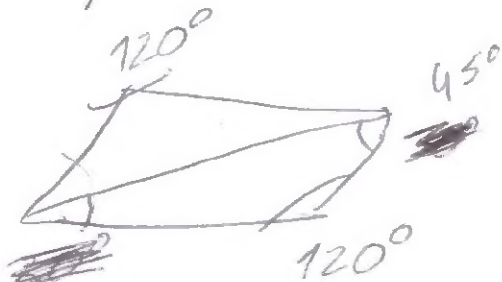
Paralelogramos: Tienen iguales sus lados opuestos y tienen iguales sus ángulos opuestos. Dos \angle ángulos consecutivos son suplementarios.

$$\angle GHI = 120^\circ$$

$$\angle GHM = \frac{120^\circ}{2} = 60^\circ$$



Suma de ángulos interiores de un triángulo: 180°

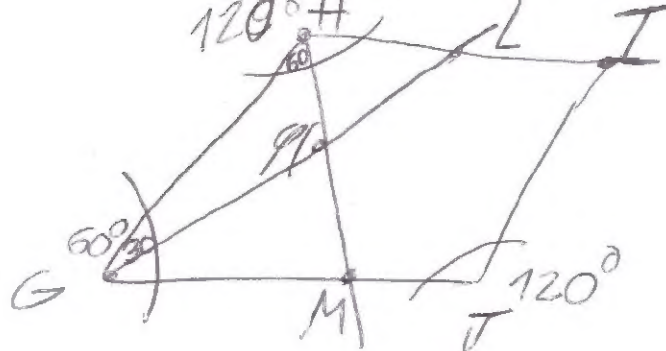


Paralelogramo

Los ángulos consecutivos son

suplementarios: $180 = 120^\circ + \angle HGT$
 $\Rightarrow \angle HGT = 60^\circ$

⑤ $\angle J = 120^\circ$
 ②② $\angle GHI = 120^\circ$
 $\angle HGT = 60^\circ$
 por suplementarios



$\angle GHM = 60^\circ$ por bisección del ángulo
 $\angle GHI = 120^\circ$



$\angle HGL = 30^\circ$ por bisectriz del
 ángulo $\angle HGT = 60^\circ$

$180^\circ = 60^\circ + 30^\circ + \varphi \Rightarrow$

$\Rightarrow 180^\circ = 90^\circ + \varphi \Rightarrow \boxed{\varphi = 90^\circ}$

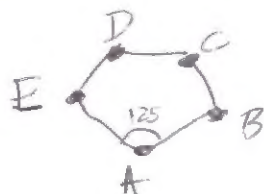
$\boxed{\varphi = 90^\circ}$

24) Hecho

25) En el polígono ABCDE, se cumple que:

$A = 125^\circ$; $B = \frac{1}{2}A$; $D = \frac{5}{3}E$; $E = \frac{3}{2}B$

Calcular lo medido del ángulo C.



$\angle A = 125^\circ$

$\angle B = 62.5^\circ$

$\angle C =$

$E = 93.75^\circ$

$\angle D = 156.25^\circ$

Suma ángulos
 internos de un polígono:
 $180^\circ(n-2)$

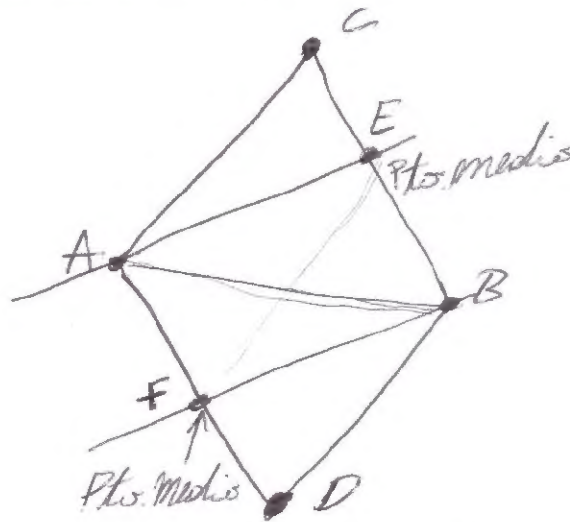
$540^\circ = 125^\circ +$
 $62.5^\circ + 93.75^\circ +$
 $156.25^\circ + \angle C$
 $\Rightarrow \angle C = 102.5^\circ$

33) ¿Se puede estar seguro que si ~~un~~ ^{un} paralelogramo tiene sus ángulos opuestos iguales se trata de un rectángulo?

No, todos los paralelogramos tienen la propiedad de tener ángulos opuestos iguales.

34) La siguiente figura es un rombo ABCD que fue construido a partir de dos triángulos equiláteros congruentes, se trazaron las mediotrices de los lados BC y AD. ¿Es cierto que el cuadrilátero AEBF es un rectángulo?

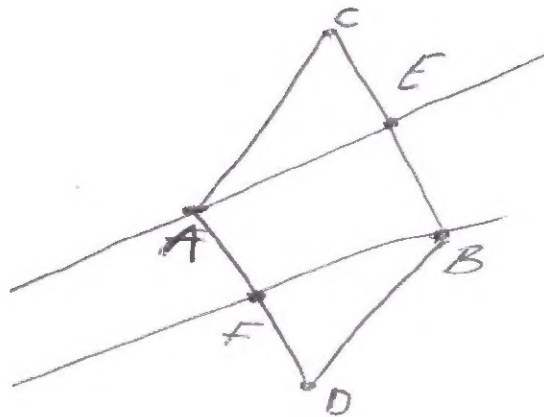
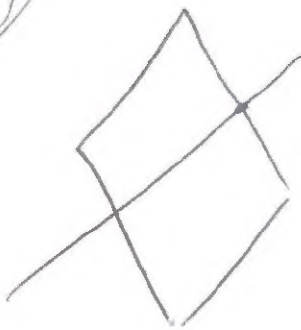
Equilátero: todos los ángulos iguales por lo tanto todos ~~se~~ ^{se} miden 60°



Mediotriz: recta perpendicular a un lado del triángulo que pasa por el pto. medio de dicho ~~lado~~ lado.

Todos triángulos tienen 3 mediotrices, una de cada lado y se interceptan en un pto. llamado circuncentro.

7



Es cierto que el cuadrilátero AEBF es un ~~recto~~ rectángulo?

Rectángulo Propiedades: Los lados opuestos tienen la misma longitud. Las dos diagonales tienen la misma ~~longitud~~ longitud. Tiene dos líneas de simetría de reflexión y simetría rotacional de orden 2.

El, es un ~~recto~~ rectángulo ya que posee 4 ~~por~~ vértices, 4 lados, 2 diagonales y 4 ángulos interiores.

31 El segmento a es la diagonal de un cuadrado.

¿Se puede construir usando regla no graduada y compás?

¿Es posible construir más de uno?

Resuelto en página 151

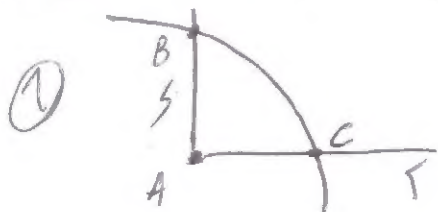


Es decir se puede construir la diagonal de un cuadrado sin utilizar una regla no graduada y ~~sin~~ con ~~regla~~ compás?

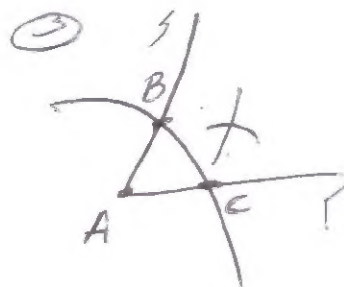




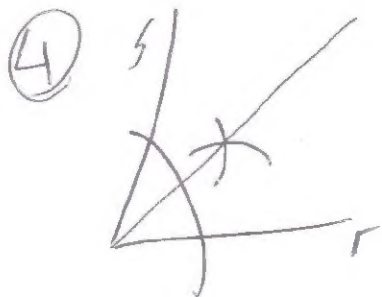
① Much beyond our compass have made the circle. A
have an arc of a circle. We make the circle of the circle
recta, with the compass, we make a circle of the circle
arc that with the circle.



Diagonal

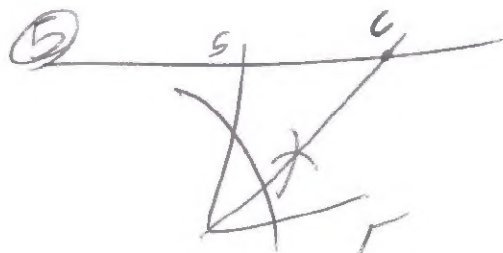


luego del pto. B trazamos
otro línea que corte la
que habíamos hecho.

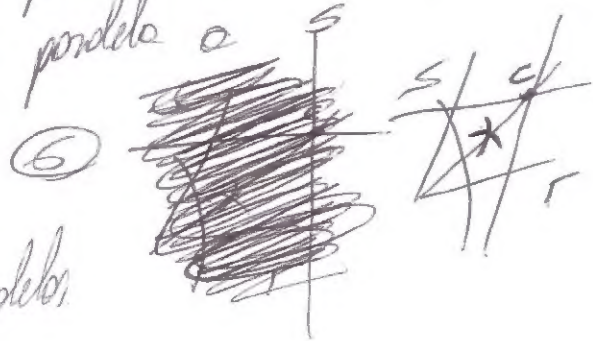


chei madame au el compo lo chof
- not y lo troponer ~~not~~ robe le
directis ese pto. nois

Para fazer um produto $a \cdot b$ que seja por C



si possono per C tral.
una pendola a S



n ~~trazemos~~ los elementos paralelos

9

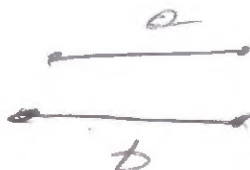
El segmento z es la diagonal de un cuadrado. ¿Se puede construir un solo regla no graduado y compás?

Si, se puede construir.

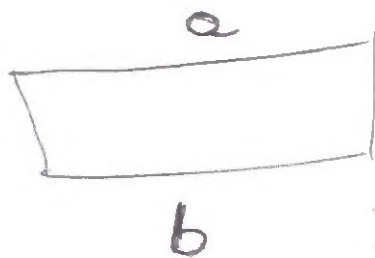
Si, se puede construir más de 1. porque el cuadrado tiene dos diagonales.

28

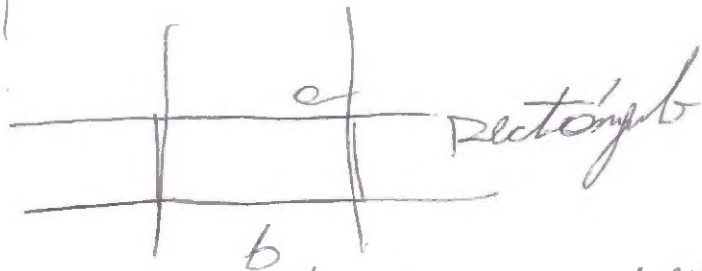
Los segmentos a y b son paralelos



a) Dibuja el cuadrilátero que tenga un par de lados opuestos sobre los segmentos a y b y otro par de lados que sean paralelos entre sí y contenga a los segmentos a y b .



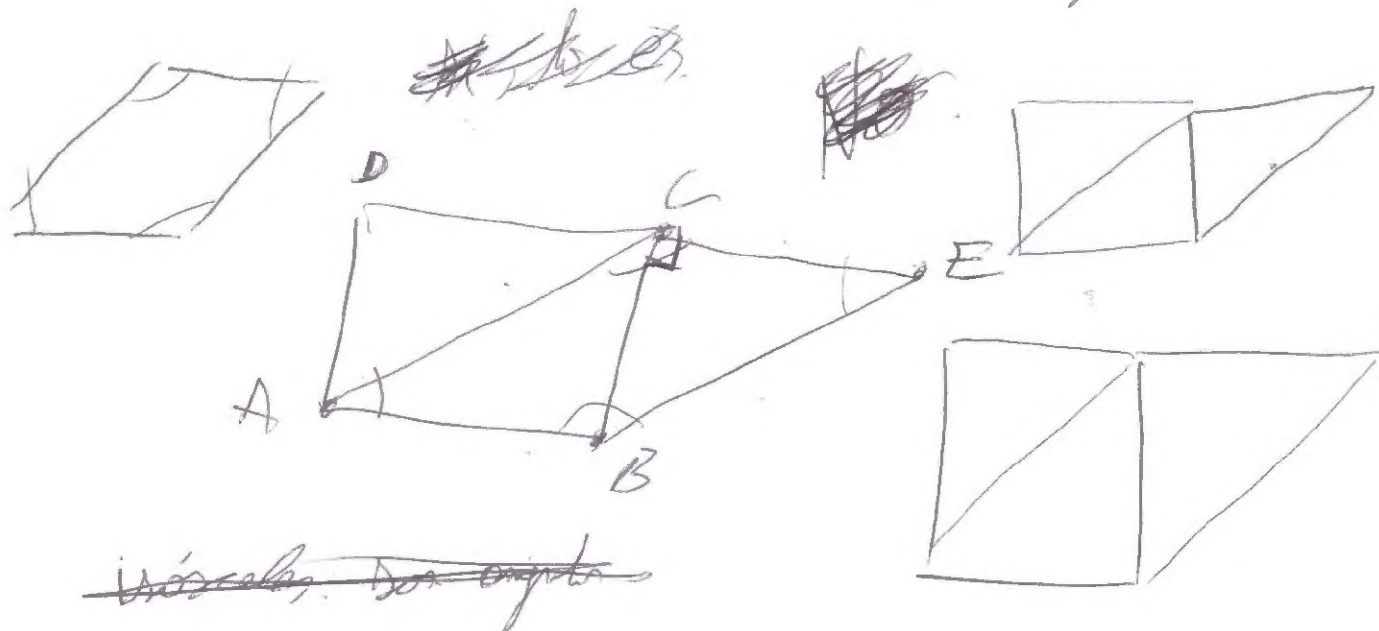
un par de lados opuestos



6) es posible dibujar más de 1 cuadrilátero?



10) Se sabe que ABCD es un cuadrado y que BCE es un triángulo rectángulo isósceles. Demuestra que el cuadrilátero CEBA es un paralelogramo.

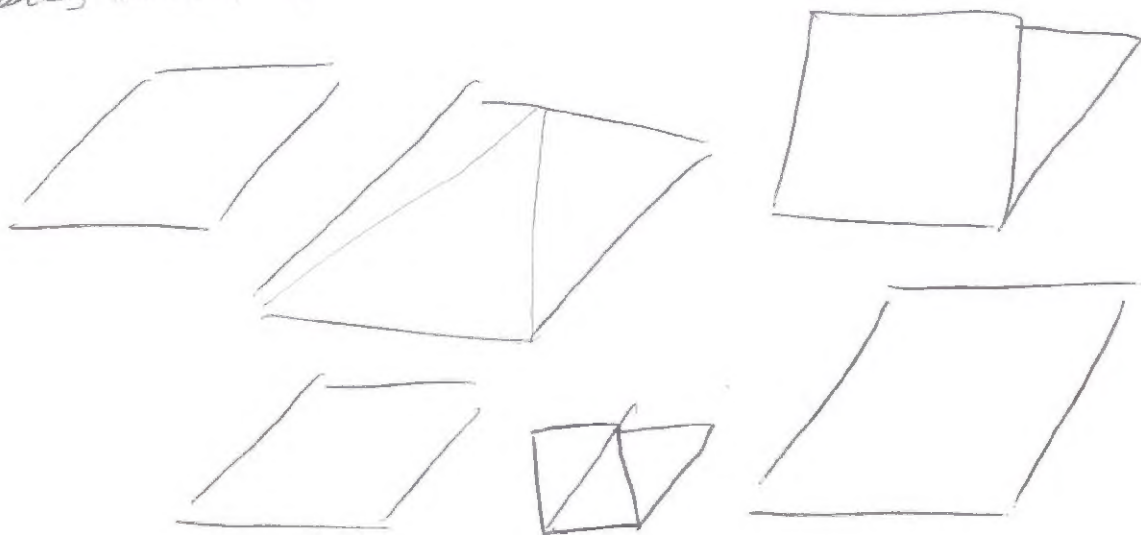


Isósceles: dos lados y dos ángulos iguales. 1 desigual.

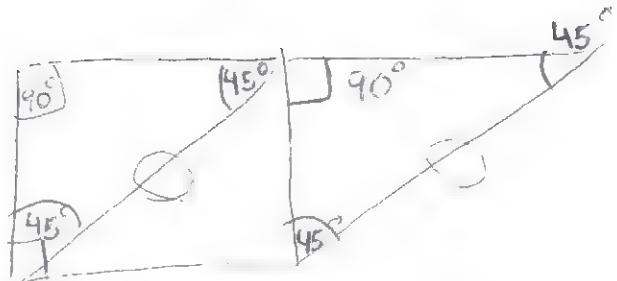
Propiedades romboide:

Tiene 4 lados, 4 vértices y 4 ángulos.
Los lados contiguos tienen diferentes medidas.

Tienen dos pares de lados opuestos, iguales y paralelos entre sí.

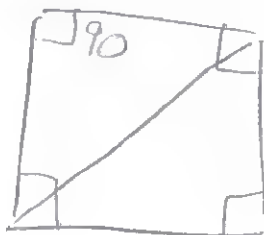


(29)



lo loro,

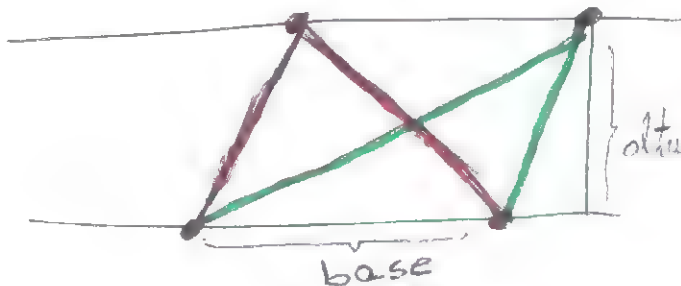
Triángulo rectángulo isósceles (45 - 90 - 45),



Si yo que el la diagonal del cuadrado forma 45° y el triángulo rectángulo isósceles tiene un ángulo de 90° y otros dos de 45°. Es decir que la diagonal del cuadrado es paralela a la diagonal del triángulo.

X Dualidad

Thales Theorem Teorema de Tales



¿Qué tienen en común los dos triángulos?

Lo ~~lora~~

* Lo base y la altura

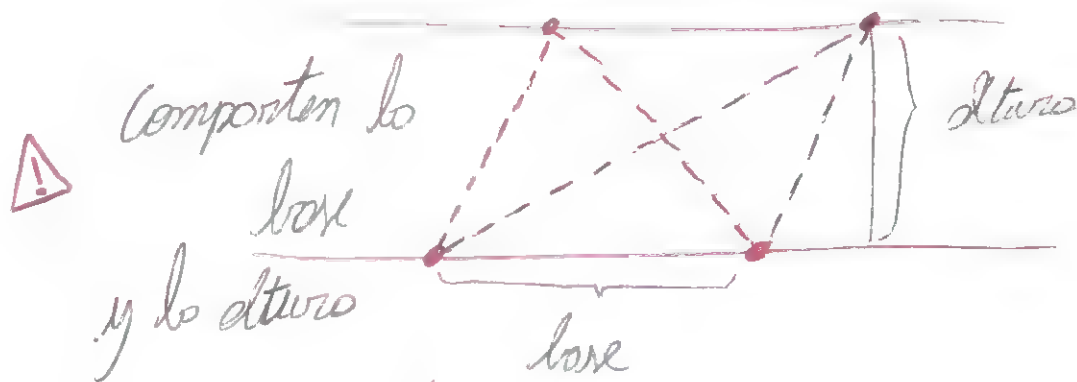
$$\text{Area} = \frac{\text{base} \times \text{altura}}{2} \Rightarrow \text{Como la base y la}$$

altura son iguales en los dos triángulos se deduce entre
dos rectas paralelas con la misma base

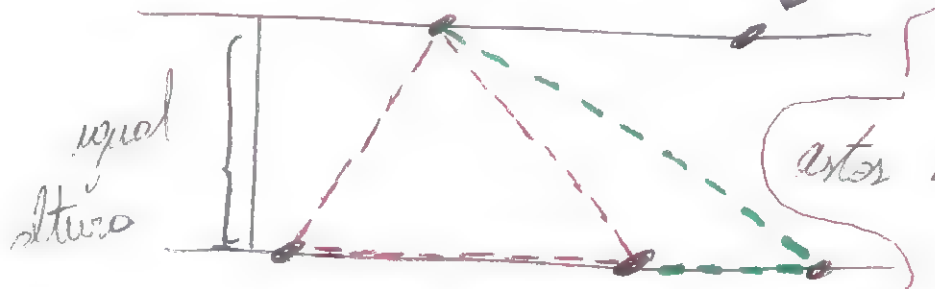
②

Propiedad 1 Teorema de Tales

Cuando dos triángulos son semejantes entre si, se puede
con lo mismo base, sus áreas son iguales



Otro ejemplo:



¿Qué comparten?

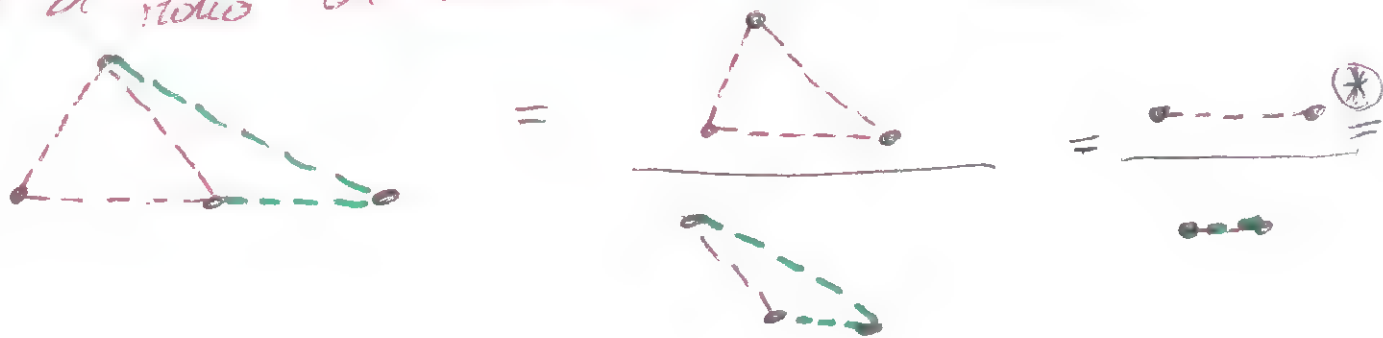
La altura de
estos 2 triángulos es
común. (lo
mismo) pero
la base es diferente.

Se observamos en este caso
del dividimos un triángulo en dos dibujando una línea
por el medio. Así no necesitamos líneas paralelas, pero sí
que parezcan la misma altura.

*) Si dibujamos dos triángulos dividiéndolo por una línea entre
todos los triángulos tendrán la misma altura
que se juntaron **PERO** su área no será igual sino

(5)

que ~~se~~ ~~proporciona~~ el ratio de sus áreas será igual al ratio de sus bases. Ratio = relación.



Porque cuando tomamos la relación de los áreas el valor constante $\frac{1}{2}$ y la altura de ~~condición~~

$$(*) = \frac{\frac{1}{2} * \text{altura}}{\frac{1}{2} * \text{altura}} = \text{relación de las bases.}$$

Propiedad 2:

En decir el área NO será igual pero la relación de sus áreas será igual a la relación de sus bases.

Propiedad 1:

• Triángulos o polígonos entre dos líneas paralelas con la misma base tienen la misma área.

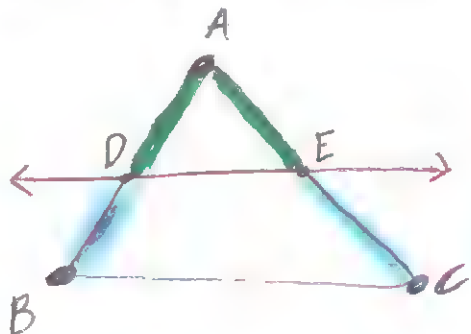
(4)

2^{do} propiedad

La relación de áreas de triángulos con la misma altura es igual a la relación de sus bases.

3^{ro} propiedad

Vamos a probar que si una línea es dibujada paralelamente a un lado de un triángulo para interceptar los otros dos lados en diferentes puntos, los otros dos lados son divididos en la misma relación.

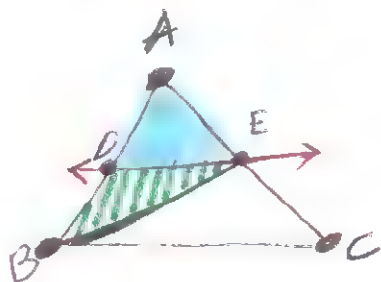


$$\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$$

Dado: $DE \parallel BC$

Probar: $\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$

Prueba



Área de un triángulo:
 $\frac{1}{2} * \text{base} * \text{altura}$

15

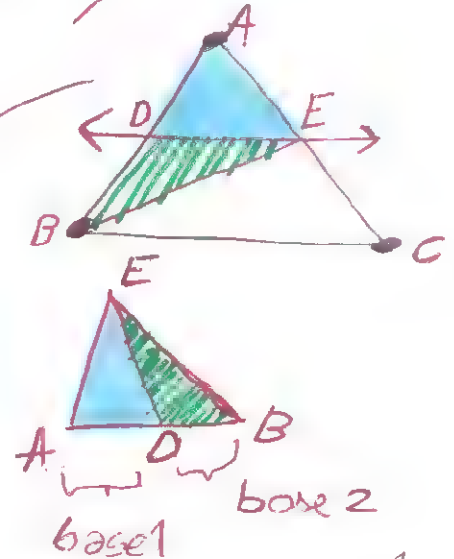
1er caso:

$$\frac{A(\triangle ADE) = \frac{1}{2} * AD * \text{altura}}{A(\triangle BDE) = \frac{1}{2} * BD * \text{altura}}$$

mismo altura



Podemos observar que estos dos triángulos ~~están~~ están dibujados dentro de un triángulo más grande ~~ABE~~ $\triangle ABE$



Usando la 2da propiedad podemos decir que la altura de los triángulos es la misma

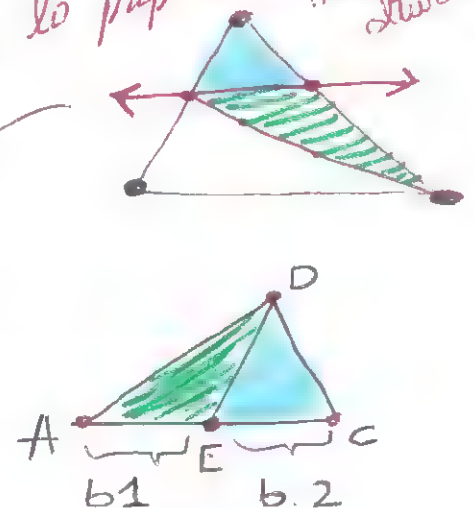
$$\frac{A(\triangle ADE)}{A(\triangle BDE)} = \frac{AD}{BD}$$

2do caso:

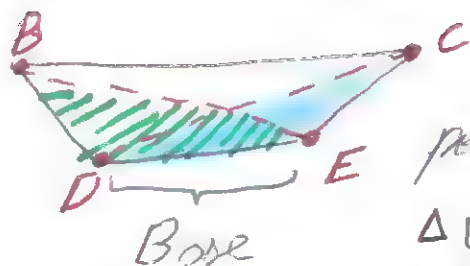
$$\frac{A(\triangle ADE) = \frac{1}{2} * AE * \text{altura}}{A(\triangle CDE) = \frac{1}{2} * EC * \text{altura}}$$

$$= \frac{AE}{EC}$$

usando la prop 2 (pesan misma altura)



⑦



Si usamos la propiedad 1 podemos ver que para el triángulo $\triangle BDE$, \overline{DE} es la base y para el triángulo $\triangle CDE$ tamb. consideremos la base como \overline{DE} entonces \overline{DE} es la base de ambos triángulos y están delimitados entre dos líneas paralelas (\overline{DE} y \overline{BC}) lo significa que la altura de estos triángulos son la misma

$$\frac{A(\triangle BDE)}{A(\triangle CDE)} = \frac{\cancel{\frac{1}{2}} * \cancel{DE} * \cancel{\text{altura}}}{\cancel{\frac{1}{2}} * \cancel{DE} * \cancel{\text{altura}}} = 1 \Rightarrow$$

$$A(\triangle BDE) = 1 * A(\triangle CDE) \Rightarrow$$

$$A(\triangle BDE) = A(\triangle CDE)$$

Luego

$$\frac{A(\triangle ADE)}{A(\triangle BDE)} = \frac{A(\triangle ADE)}{A(\triangle CDE)}$$

\therefore De la ecuación n° 1 y 2 podemos decir que

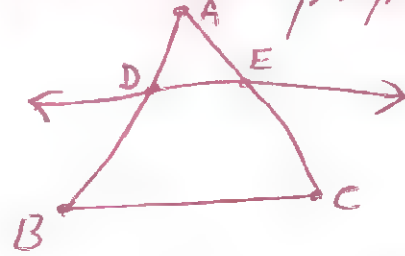
$$\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC} //$$

(18)

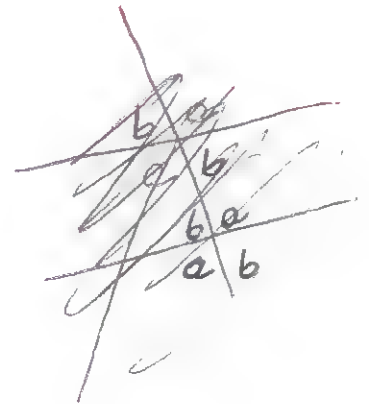
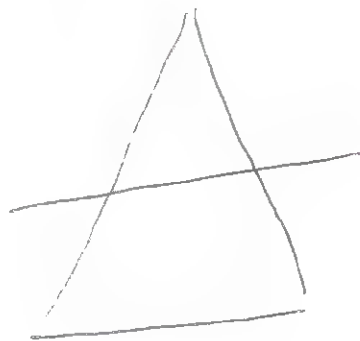
\therefore Una línea paralela a un lado de un triángulo divide los otros dos lados en la misma proporción

Se lo llama

Basic Proportionality
Theorem

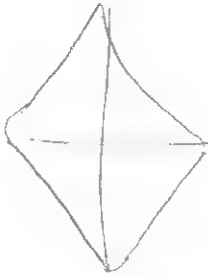
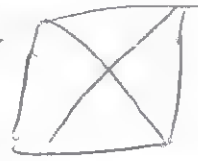
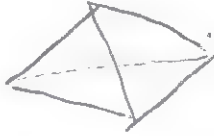


$$\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$$



30) a) Si un paralelogramo tiene dos de sus diagonales iguales, ¿es un cuadrado?

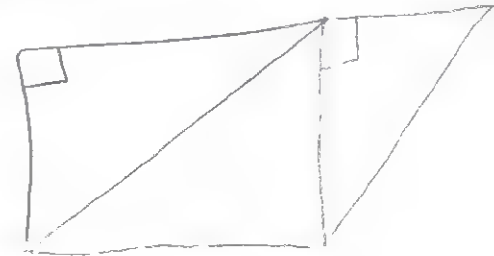
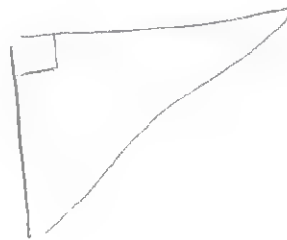
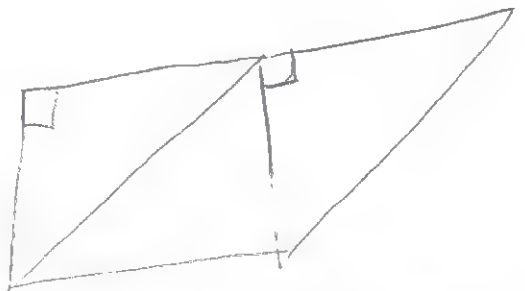
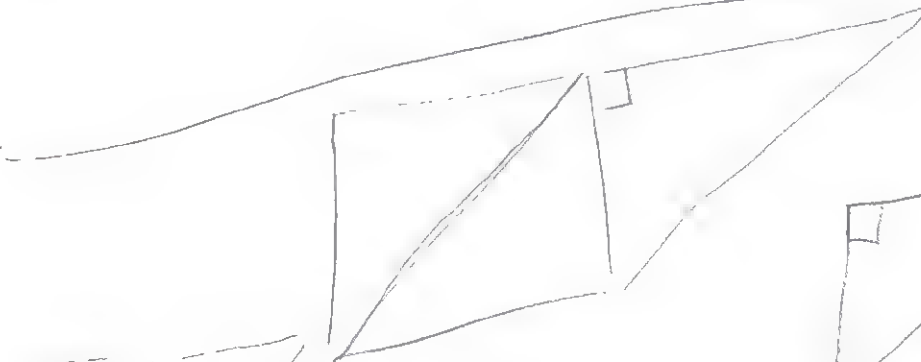
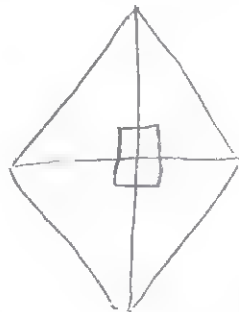
Falso



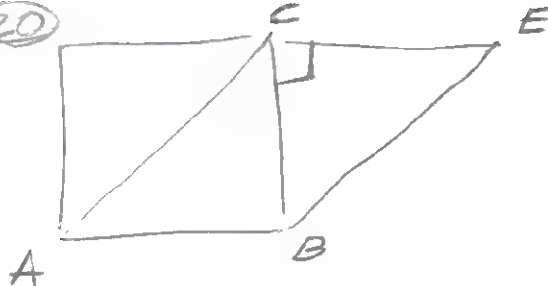
en el caso de un rectángulo sus diagonales son iguales.

b) Si un paralelogramo tiene dos diagonales que forman ángulos rectos, ¿es un cuadrado?

Verdadero

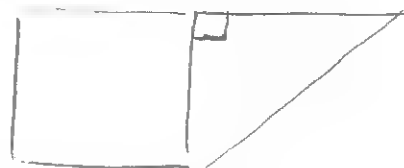


20

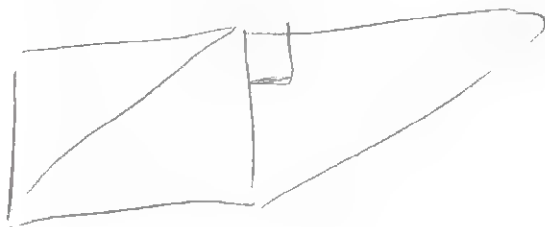


BCE is a right-angled triangle.

~~Handwritten scribbles~~



30



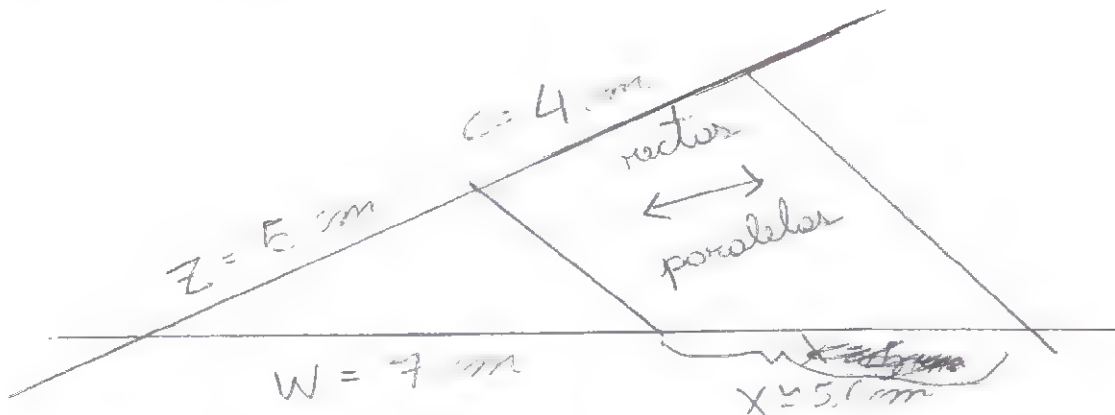
② Dado los segmentos $W = 7 \text{ cm}$, $Z = 5 \text{ cm}$,
y $C = 4 \text{ cm}$, construye el segmento cuarto propor-
- cional. cualq. = que se cortan en 1 pto.

1. Dibuja 2 rectas \searrow concurrentes con cualq. ángulo $\frac{W}{Z} = \frac{C}{X}$
2. Transporta $C = 4 \text{ cm}$ con compás. el segmento mas largo
en la 1era recta y con el compás
marca el otro segmento en la $C = 4 \text{ cm}$
recta superior luego desde el pto
marcado en la recta
superior mide con $Z = 5 \text{ cm}$
el compás el
otro segmento y marca

donde corte con la recta superior luego uní puntos y traza recta paralela

El segmento X es el 4º proporcional

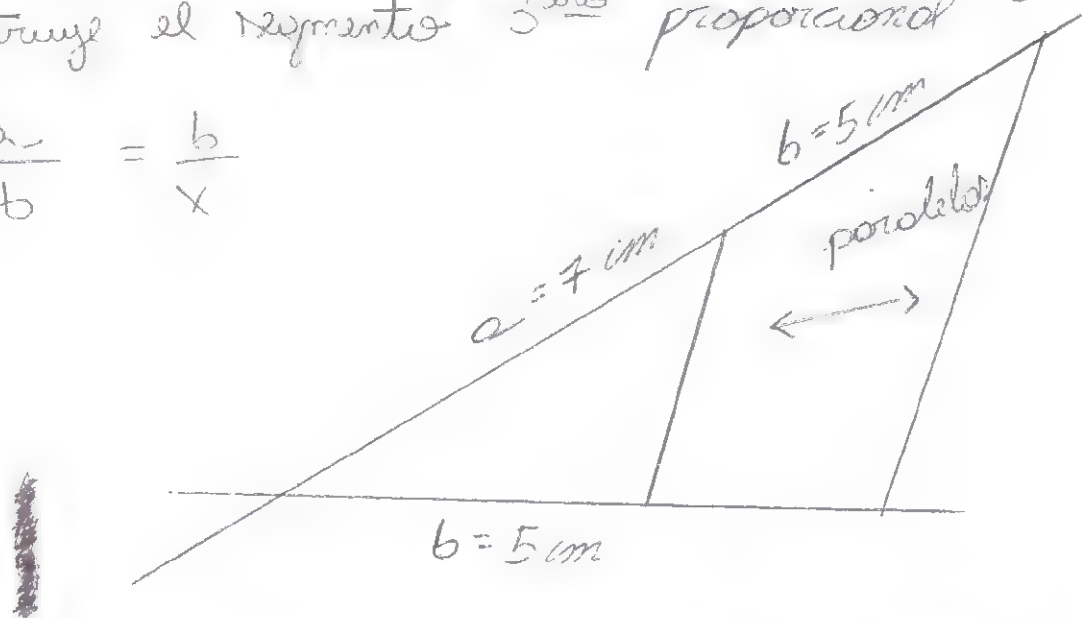
~~$\frac{7}{5} = \frac{4}{X} \Rightarrow X = \frac{4 \cdot 5}{7} = \frac{20}{7} = 2.857$~~



$$\frac{Z}{W} = \frac{C}{X} \Rightarrow \frac{5}{7} = \frac{4}{X} \Rightarrow X = 5.6 \text{ cm}$$

b Dado los segmentos $a = 7 \text{ cm.}$, y $b = 5 \text{ cm.}$
 Construye el segmento 3^{er} proporcionel

$$\frac{a}{b} = \frac{b}{x}$$

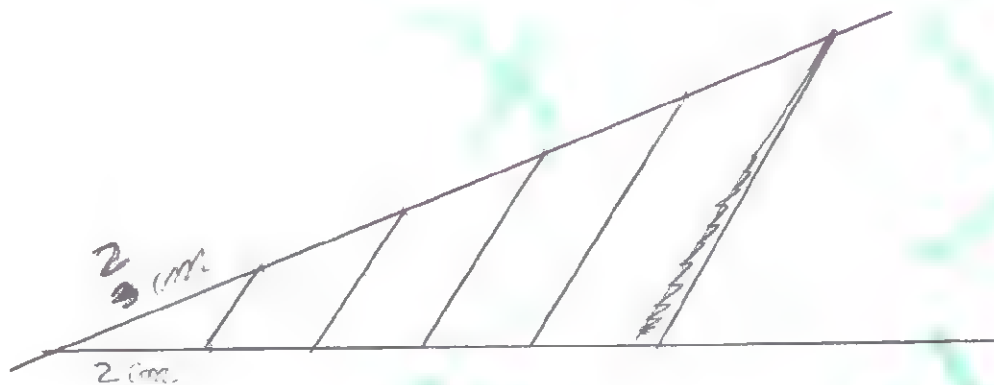


Anexo
 21
 2/5

En rectas cuelp. que se cortan en 1 punto

Con un compas marcar los el segmento a en la ~~recta~~
 recta superior y ~~a~~ marcar con 5 cm con un compas en la recta
 inferior desde el origen y desde el punto que corte a en
 la recta superior marcar el otro b

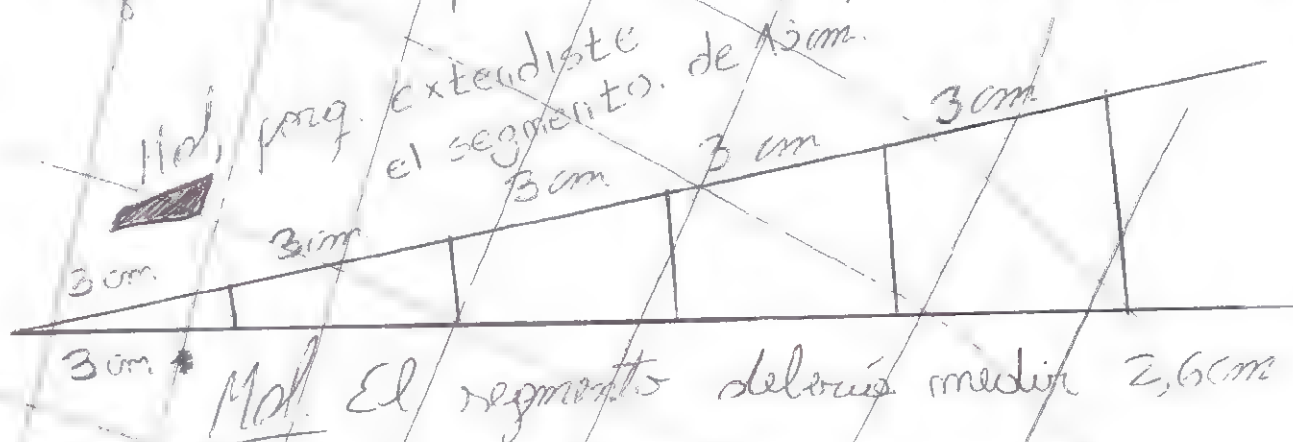
© Dado un segmento de 13 cm., divídalo en 5 segmentos
 iguales.



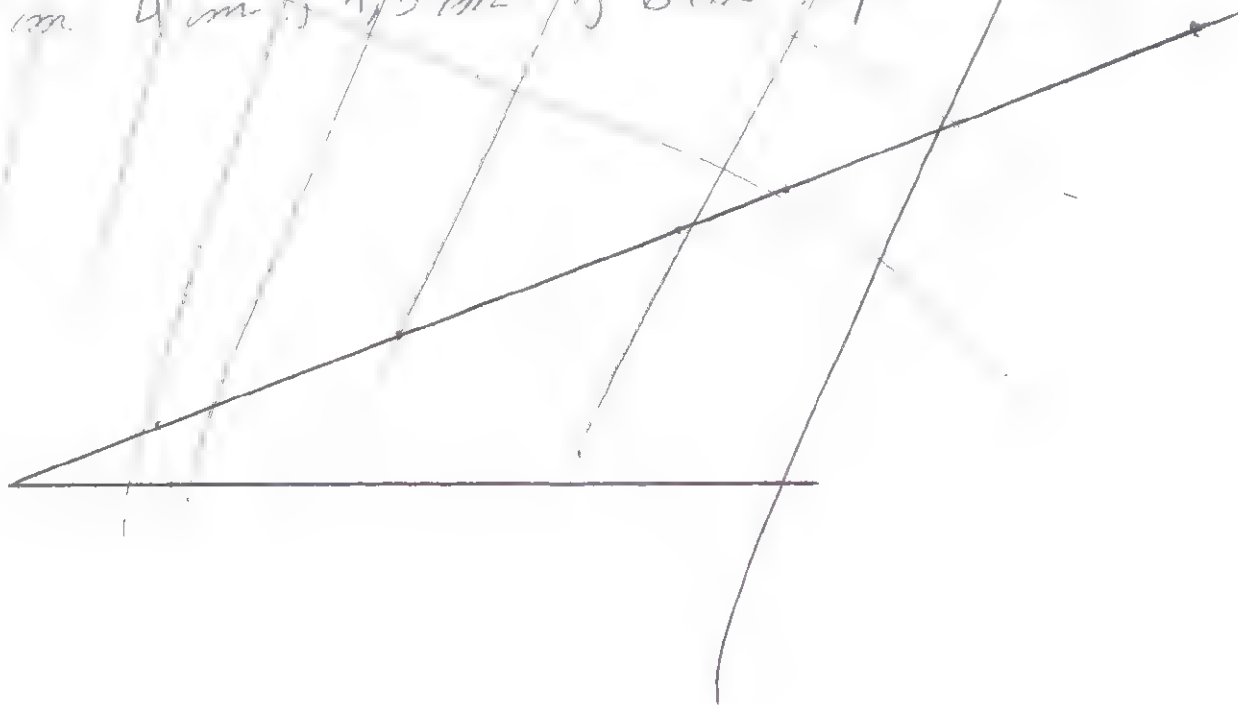
© Trazo de rectas de igual ángulo

21
Anexo 3/5

hacer con una medidora cada una de las rectas y luego con una regla y trazo paralelo a las rectas.



④ Dado un segmento de 11 cm, divídalo en 5 segmentos proporcionales a los segmentos de 2 cm, 3,5 cm, 4 cm, 1,5 cm y 6 cm respectivamente.

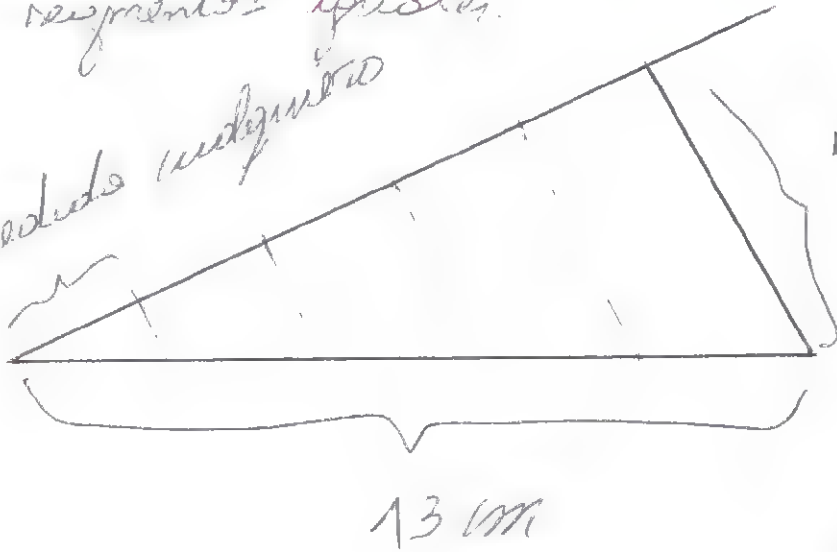


21 Anexo

4/5

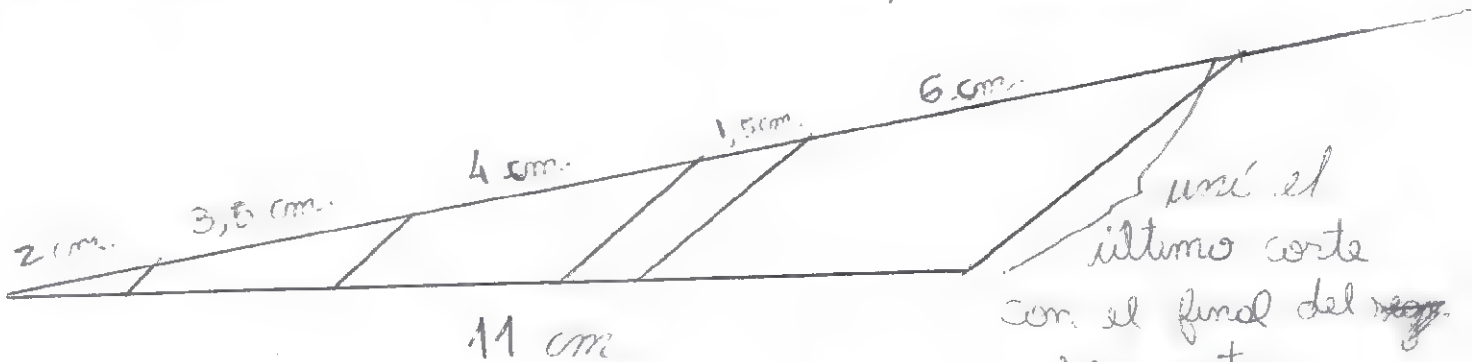
© Dado un segmento de 13 cm, divídelo en 5 segmentos iguales.

medida unitaria



unir esto con el último, luego trazar paralelos con una mano y cortarlos

© Dado un ~~seg~~ segmento de 11 cm, divídelo en 5 segmentos proporcionales a los ~~seg~~ segmentos de 2 cm, 3,5 cm, 4 cm, 1,5 cm y 6 cm respectivamente.



unir el último corte con el final del ~~seg~~ segmento.
luego trazar paralelos

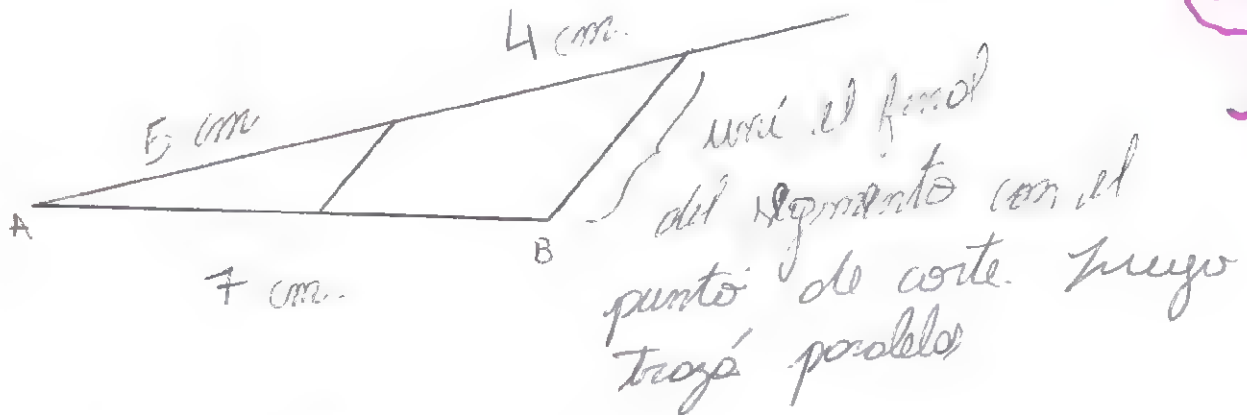
???

e) Dado el segmento \overline{AB} de 7 cm. divídalo en dos partes proporcionales a dos segmentos de 5 cm y 4 cm de longitud

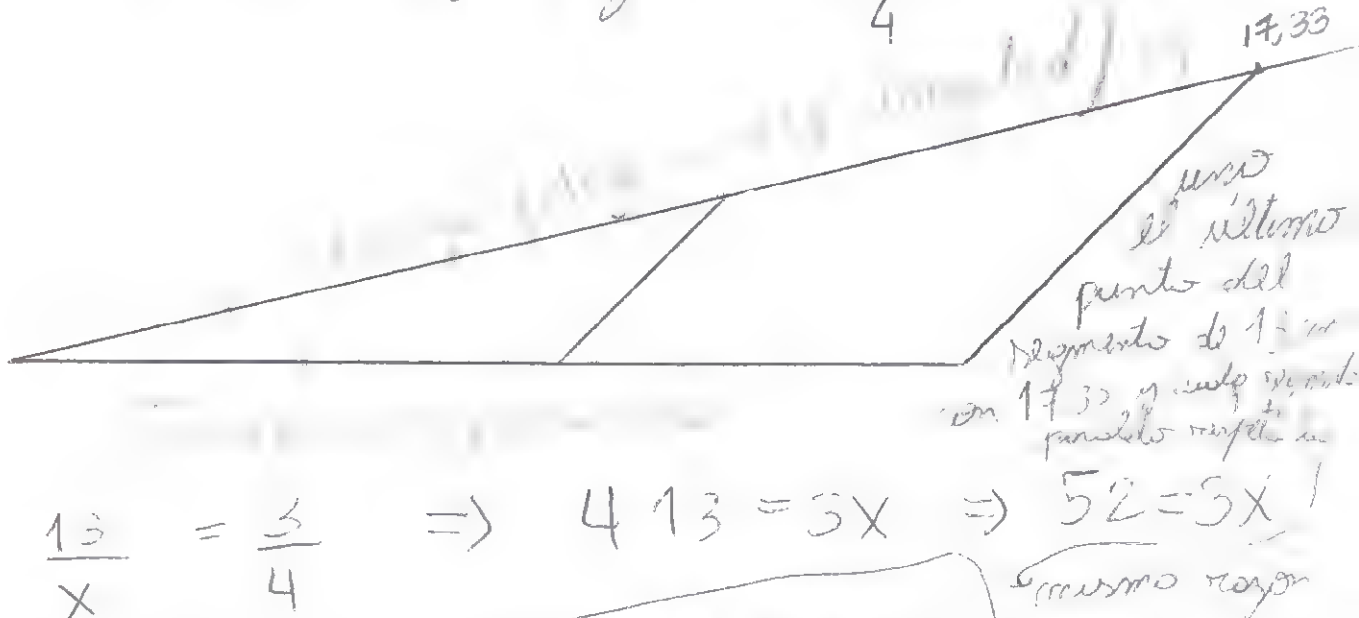
21

Anexo

5/5



f) Dado un segmento de 13 cm de longitud divídalo en 2 partes cuyo razón sea $\frac{3}{4}$



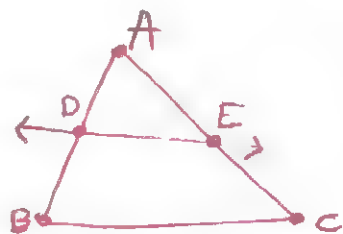
$$\frac{13}{x} = \frac{3}{4} \Rightarrow 4 \cdot 13 = 3x \Rightarrow 52 = 3x$$

$$\Rightarrow \frac{52}{3} = x \Rightarrow x = 17.33 = \frac{52}{3}$$

(21)

Trabajo Práctico Número 3 TP3

a) Dado un segmento de 13 cm. de longitud dividido en 7 partes cuyo radio es $\frac{3}{4}$.



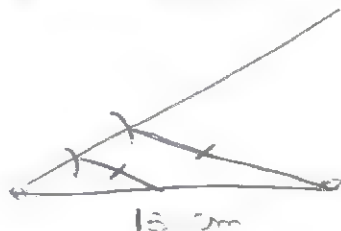
Una línea paralela a un lado de un triángulo divide los otros dos lados en la misma proporción

$$\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$$

Desde el segmento dibujamos una semicirculo que



tiene una dirección suya. medimos con el compás $\frac{3}{4}$ y lo ponemos sobre la recta. luego trazamos paralelas

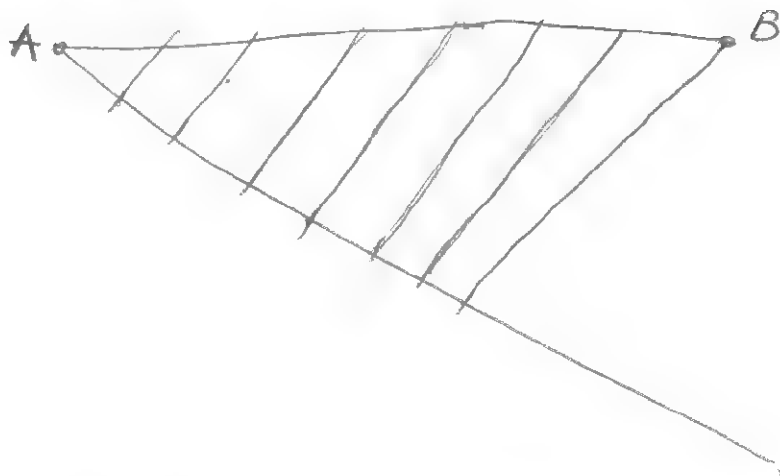


Mol

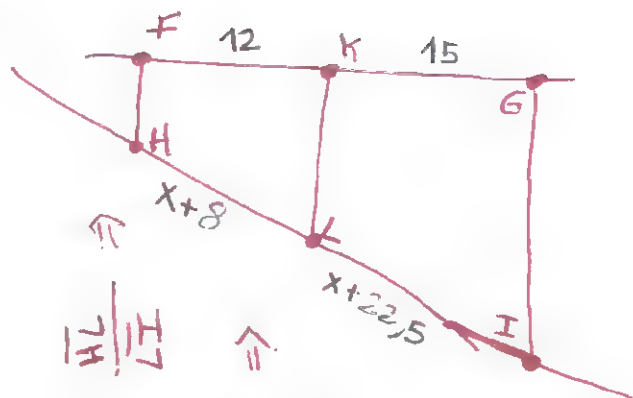
y el problema se traza con escuadra y cartón

Mol

22. 7 pontos resolva.



②



$$\frac{FK}{KG} = \frac{HI}{KI}$$

$$\Rightarrow \frac{12}{15} = \frac{x+8}{x+22,5}$$

$$\Rightarrow 0,8 = \frac{x+8}{x+22,5}$$

$$(x+22,5 \neq 0) \Rightarrow \frac{12}{15} x + 18 = x + 8$$

$$\Rightarrow \frac{12}{15} x + 10 = x$$

$$\Rightarrow -0,2x = -10$$

$$\Rightarrow \boxed{x = 50}$$

$$\frac{12}{15} = \frac{58}{50+22,5}$$

$$0,8 = 0,8 \checkmark$$

(23)

(13) ¿Son semejantes los siguientes triángulos?

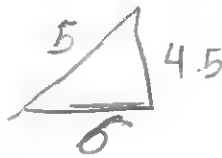
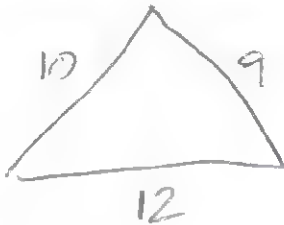


Si, los

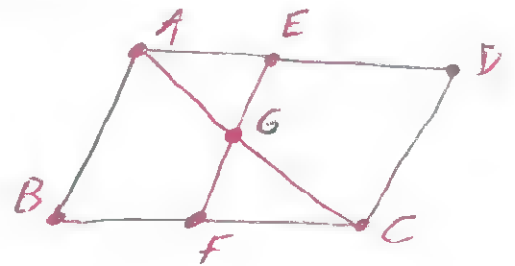
lados son prop y el ángulo op al lado mayor que ellos son iguales

Semejantes si poseen dos lados proporcionales y el ángulo opuesto al mayor de ellos son respectivamente iguales

~~Ejemplo: $\triangle ABC$ y $\triangle DEF$ son semejantes si $AB=5$, $BC=4$, $DE=10$ y $DF=8$~~



Sea $ABCD$ un paralelogramo; AC es uno de los diagonales, el segmento EF tiene sus extremos sobre los lados AD y BC .



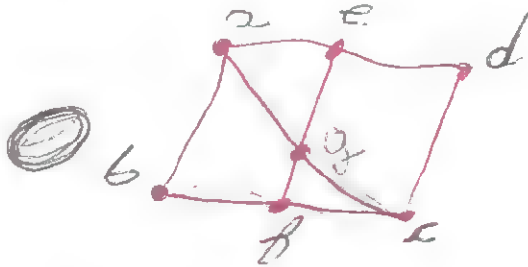
Prop. 1. Cuando dos triángulos son dibujados entre rectas paralelas con la misma base sus áreas son iguales

Prop. 2. Si es un triángulo dividido por una línea, ~~que~~ la relación de las bases

3^{ra} propiedad:

(29)

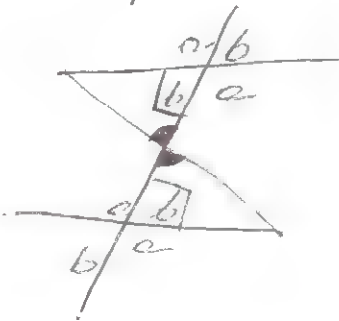
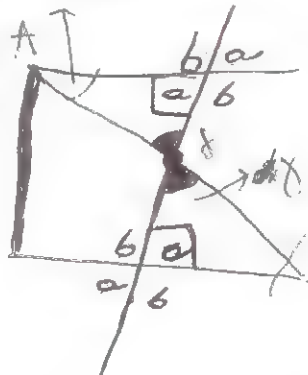
Una línea paralela a un lado de un triángulo divide los otros dos lados en la misma proporción



$$\triangle ADE \sim \triangle ABC?$$

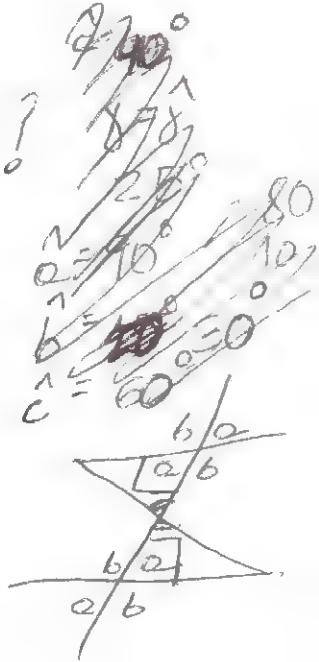
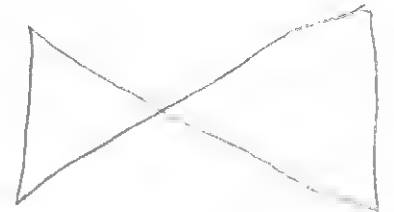
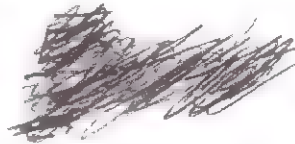
$$\hat{A} = 180 - \alpha - \gamma$$

$$\hat{A} = 180 - \alpha - \gamma$$



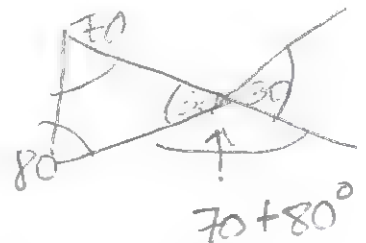
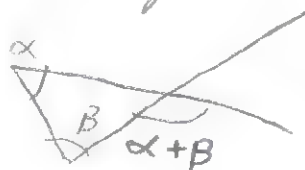
Por tanto se debe que

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{AE}{ED} = \frac{AG}{GC} \\ \frac{AG}{GC} = \frac{BF}{FC} \end{array} \right.$$



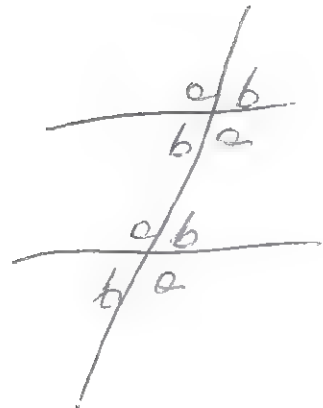
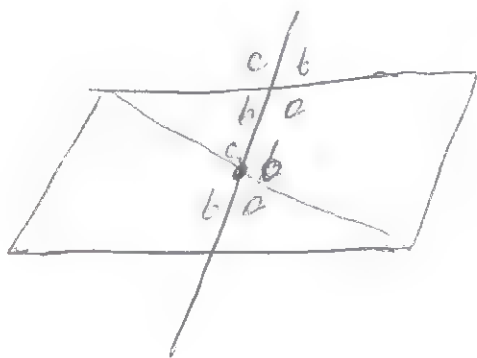
Ya no cumple semejanzas de triángulos porque los ángulos no son iguales (A-A')

¿En los triángulos iguales puede ocurrir que el triángulo es semejante?

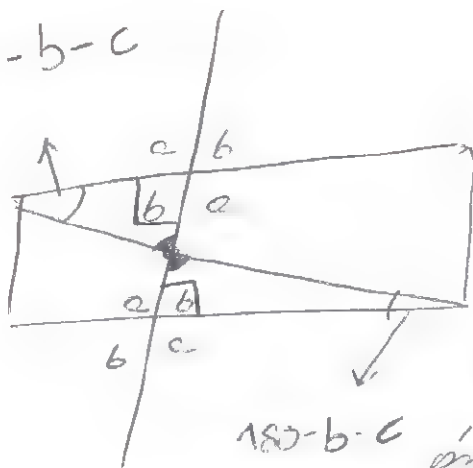


(25)

12) Si son semejantes,



$180 - b - c$



T

son semejantes ya que
tenemos dos ángulos ^{iguales} rectos
en ambos triángulos y dos
ángulos iguales opuestos por el
vértice



¿Virus lo representa en ABCD

es un cuadrilátero cuadrado

NO polígono

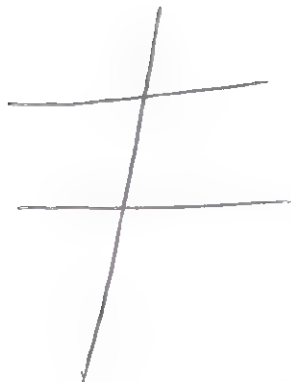
Si ~~prova~~

pero que el tamaño
de los ~~es~~ ~~un~~ ~~pl~~
mientras ~~de~~ ~~recto~~

en que no
importe si es un cuadrado

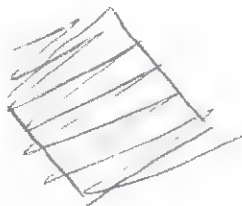
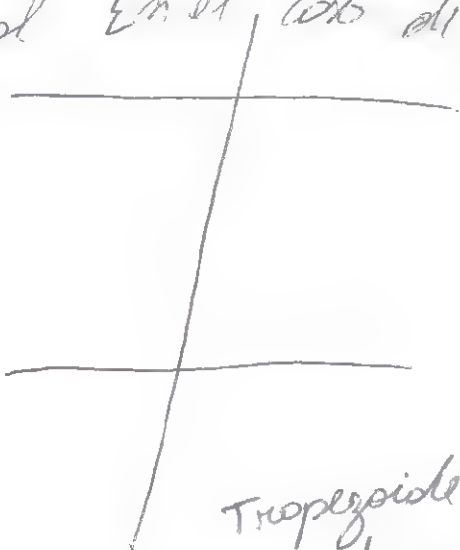
~~los~~ ~~triángulos~~ ~~por~~ ~~del~~

(26)

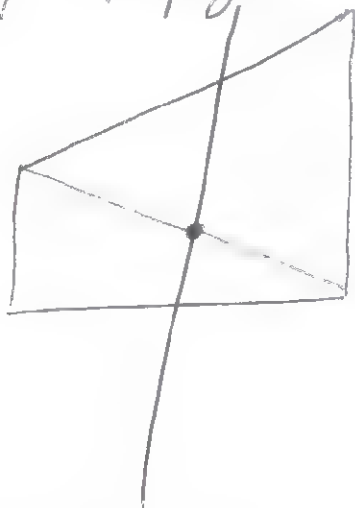


(12)

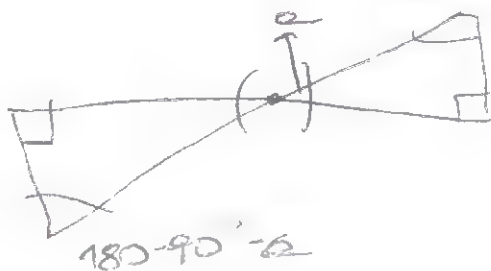
b) Si vamos ya que ~~tenemos dos rectas paralelas~~ solo si
cumplimos tenemos dos rectas paralelas cortadas por una
transversal En el caso de un trapecio no cumple



Trapezoido ordinario



(13)



$180-90=90$ Si ya que tenemos dos
ángulos rectos iguales y
dos de los otros por el mismo
razón.

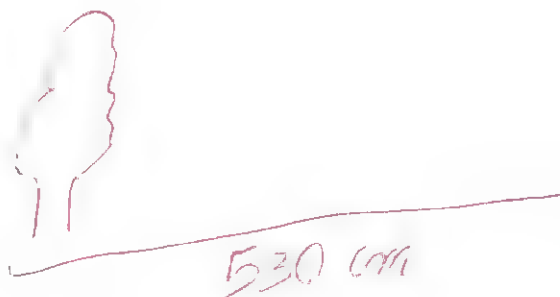
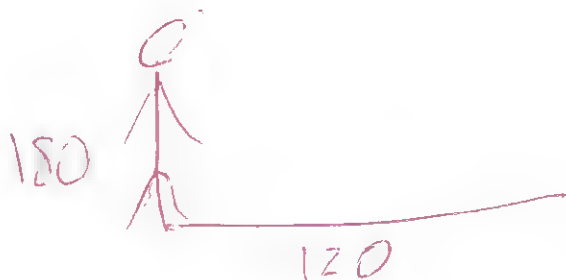
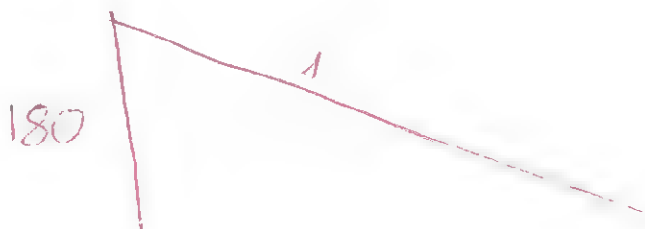
(27)

(11) El pentágono $GHIJK$ es una ampliación, ¿son semejantes?



No son semejantes, porque sus lados son proporcionales y sus ángulos son congruentes.

14) D cierto hora del día, una persona de 180 cm de alto proyecta una sombra de 120 cm. En el mismo instante un árbol proyecta una sombra de 530 cm. ¿Qué altura tiene el árbol?



180 cm — 120 cm

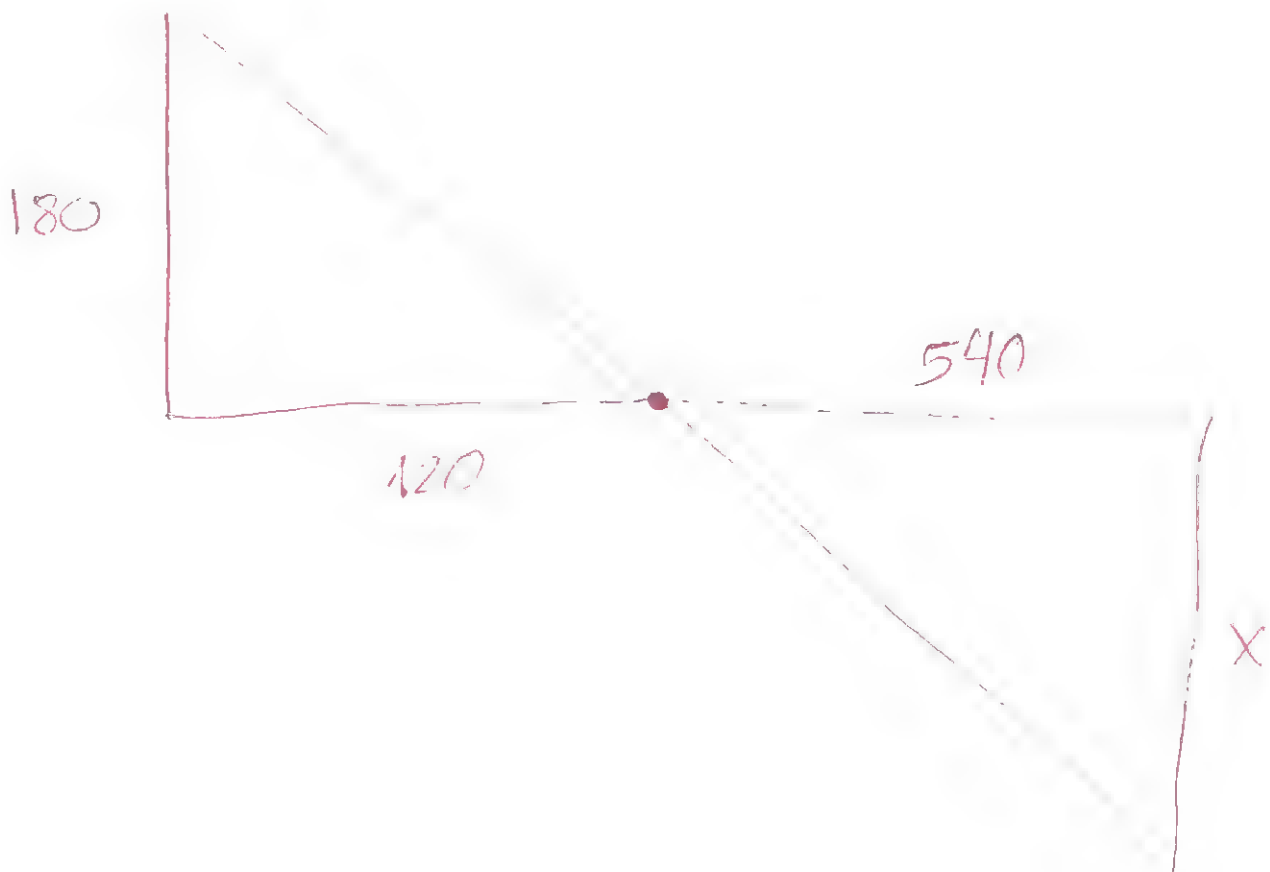
sombra de 120 cm — 180 cm persona

sombra de 540 cm — X =

$$X = \frac{\cancel{540} \cdot 180}{\cancel{120}} \text{ cm}$$

$$X = 810 \text{ cm}$$

La altura del árbol es 8,1 metros.

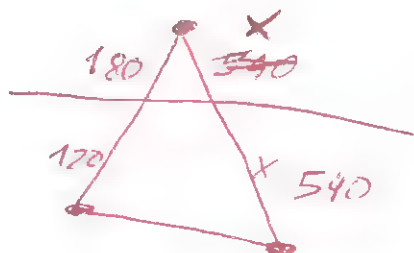


29

14

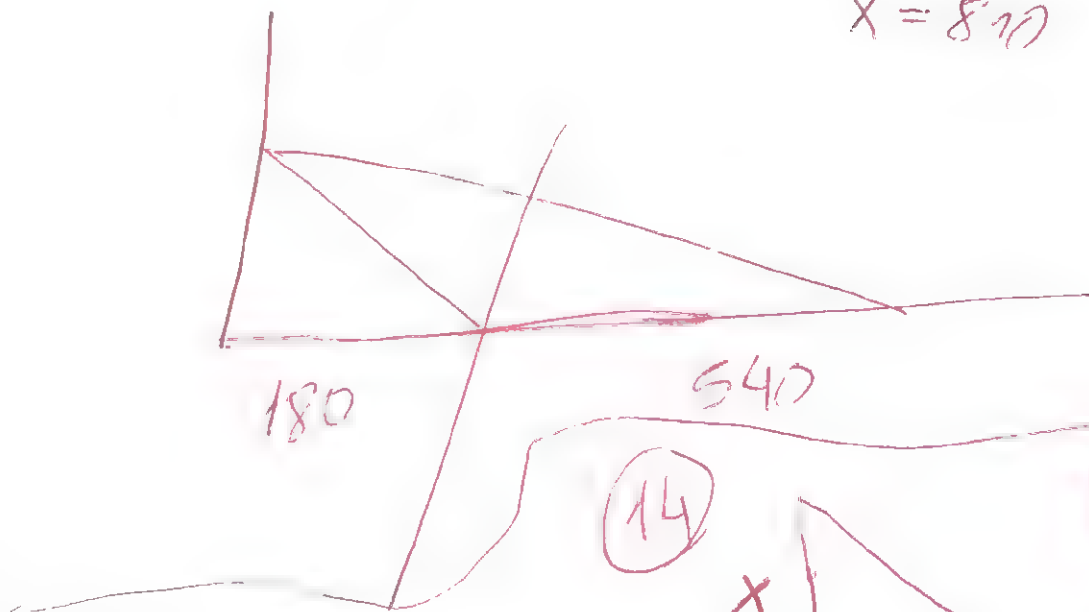


120



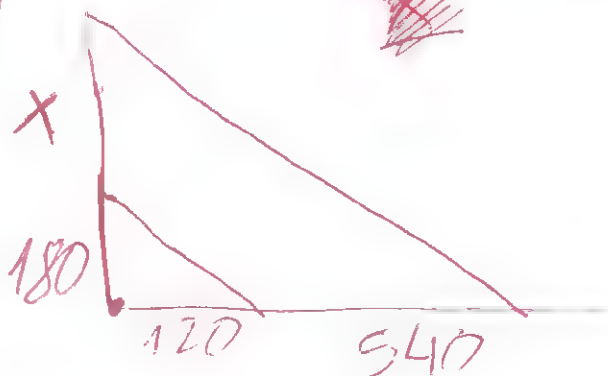
$$\frac{180}{120} = \frac{x}{540}$$

$$x = 810 \text{ m.}$$



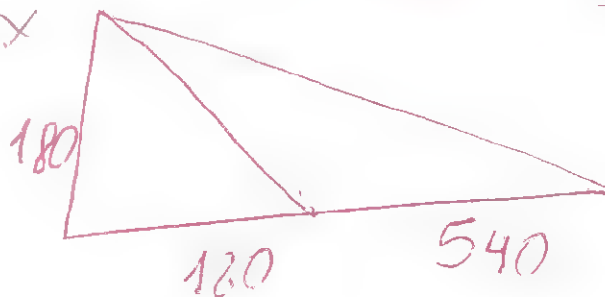
14

$$\frac{180}{x} = \frac{120}{540}$$

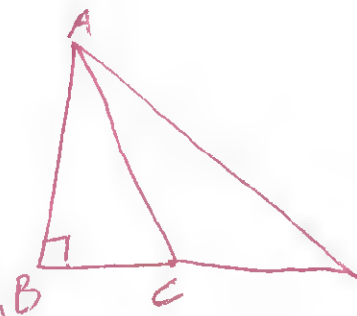
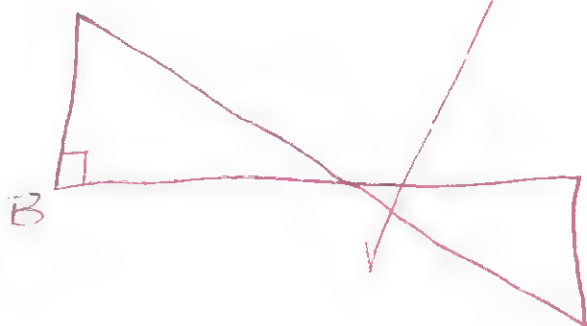
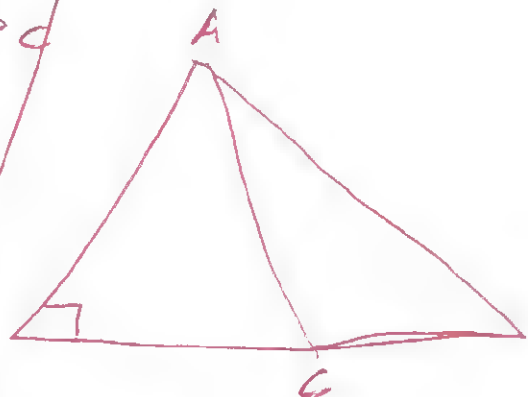
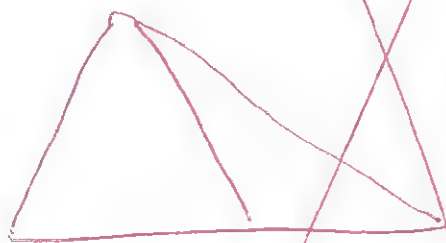
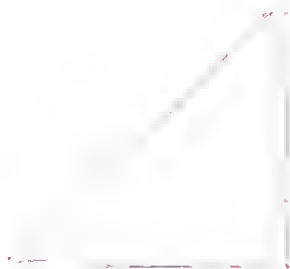


$$180 \times 540 = 120x$$

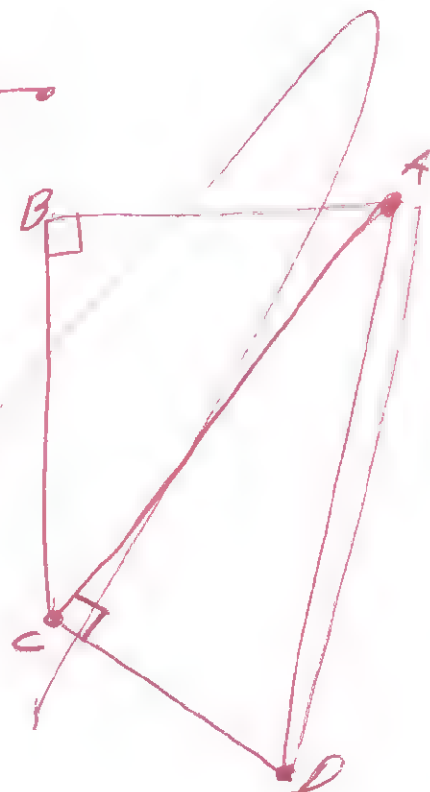
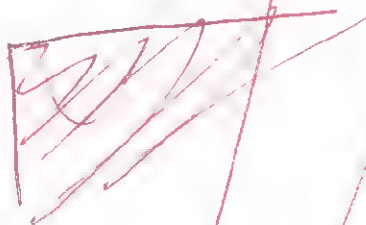
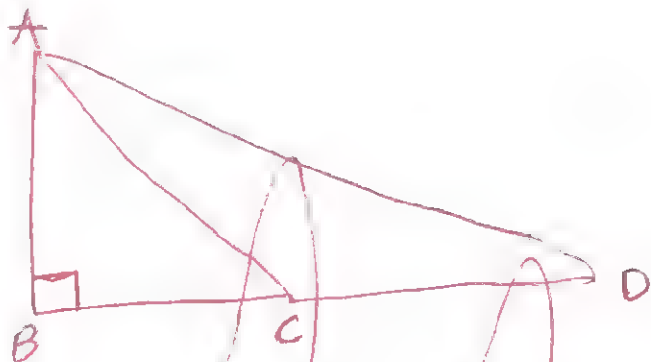
$$\frac{180 \times 540}{120}$$



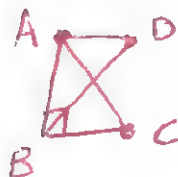
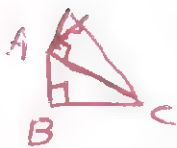
15) En un triángulo rectángulo ABC ($B = 90^\circ$) se traza la altura sobre el lado AC , formando así los triángulos BDA y BCD , ¿son semejantes los triángulos ABC y BDA ?



(31)



15

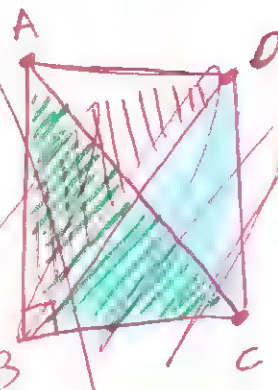
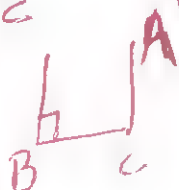
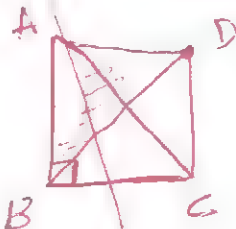


77. (34)



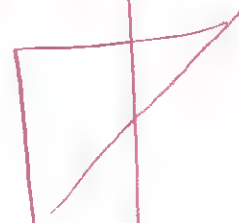
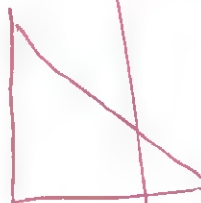
BDA

¿AC es la altura del otro triángulo?



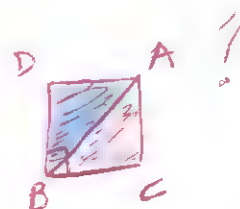
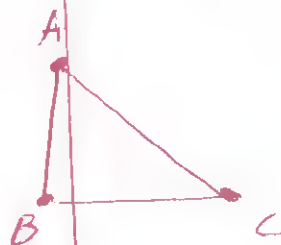
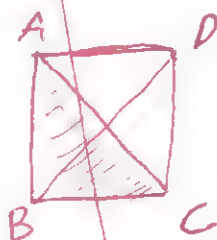
- $\triangle ABC$
- $\triangle BDA$
- $\triangle BCD$

¿son semejantes? $\triangle ABC$ y $\triangle BDA$



Si \triangle No sabemos cuando dice se traza la altura

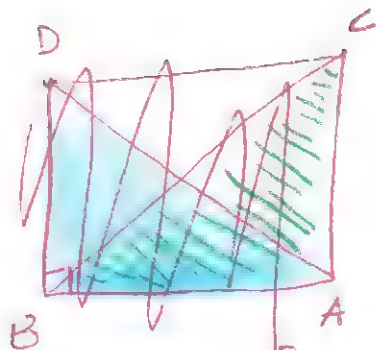
ABCD



¿es semejante $\triangle ABC$ o $\triangle BDA$?

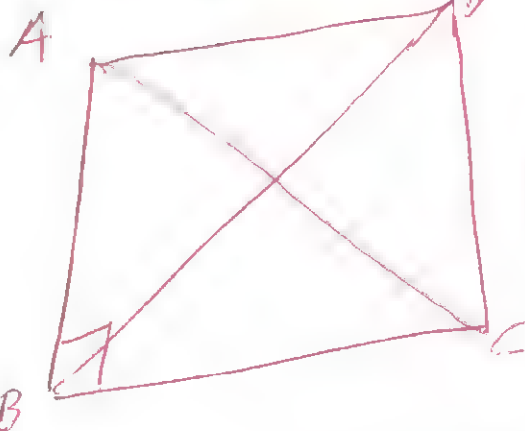
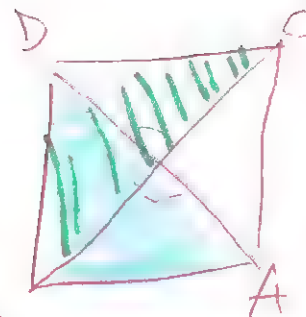
33

(15)



Então?

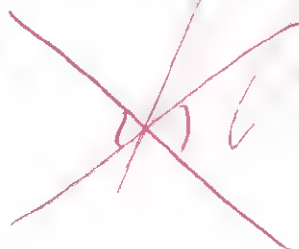
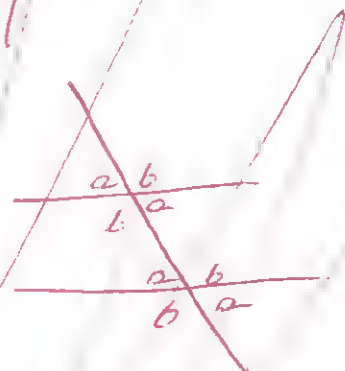
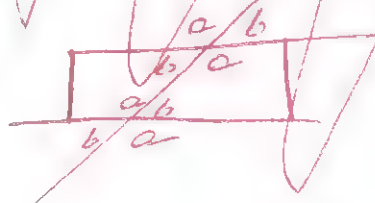
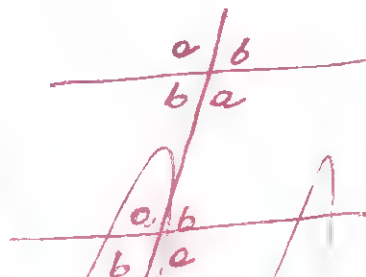
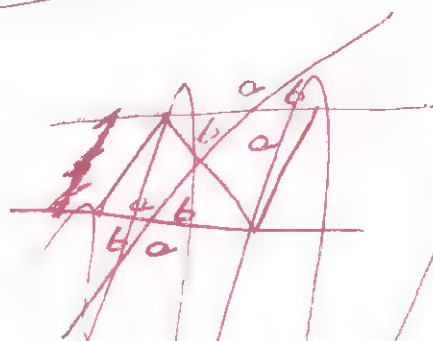
$$\triangle BDA \cong \triangle CBD?$$



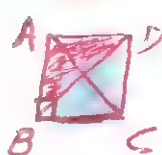
? No



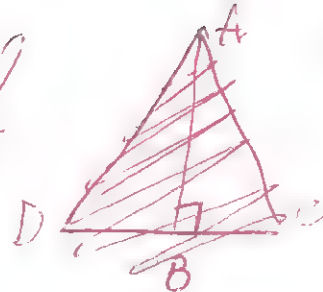
Not congruent; N



15



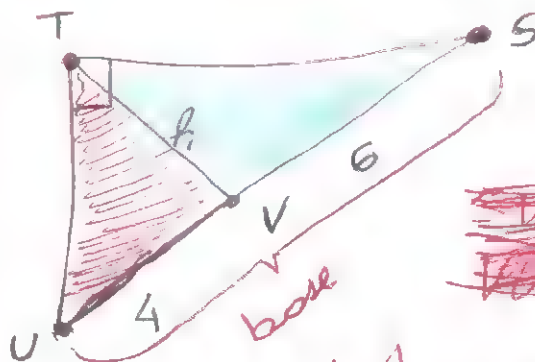
34



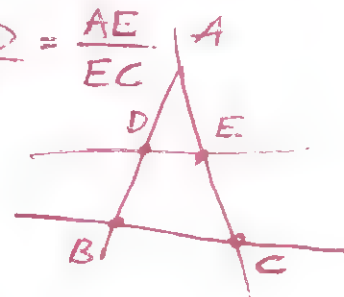
Teoremas:

Respecto al triángulo UTS.

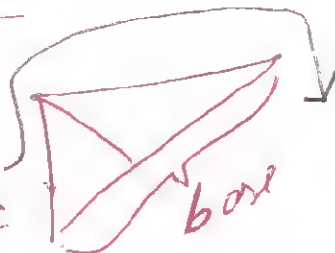
a) Y considerando la altura h, ¿los triángulos que se determinan son semejantes?



$$\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$$



$$\frac{\text{Area}(\triangle UTV) = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot h}{\text{Area}(\triangle VTS) = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot h} =$$



$$= \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$



A A A
A L A
L L L

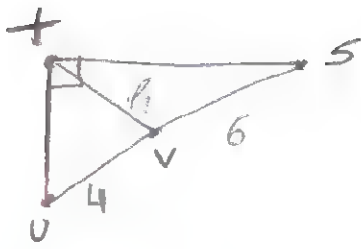


Tienen un lado igual que es la altura.

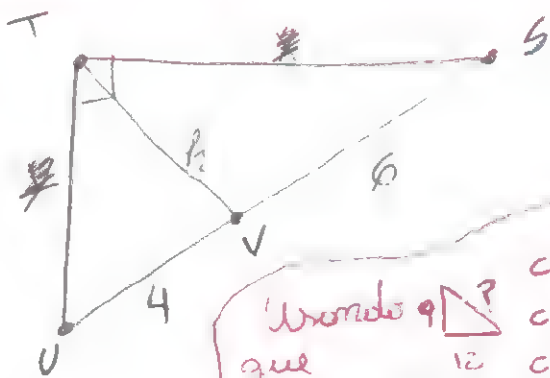


(35)

(17)



Determinar el valor de h , y de los lados TS y TU .



$$h = \sqrt{40} \quad TS = \sqrt{76} \quad TU = \sqrt{24}$$

$$(y^2 + 4^2)(y^2 + 4^2)$$

$$y^4 + 16y^2 + 16y^2 + 16 \cdot 16$$

Usando el Δ que

$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$c = \sqrt{9^2 + 12^2}$$

$$c = \sqrt{81 + 144}$$

$$c = \sqrt{225}$$

$$c = 15$$

$$x = 6^2 + h^2$$

$$x^2 + y^2 = 10^2$$

$$y^2 + 4^2 = 10^2$$

$$\Rightarrow (6^2 + (y^2 + 4^2))^2 + y^2 = 10^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 36 + (y^4 + 16y^2 + 16y^2 + 4^2 \cdot 4^2) + y^2 = 100 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 36 + y^4 + 32y^2 + 256 + y^2 = 100 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow y^2(y^2 + 32) = -192$$

debería ser $h^2 + 4^2 = 10^2$
está mal

$$TU^2 + TS^2 = 10^2$$

$$TS^2 = h^2 + 6^2$$

$$TU^2 + 4^2 = h^2$$

$$\Rightarrow TS^2 = (TU^2 + 4^2) + 6^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow TS^2 = TU^2 + 16 + 36 \Rightarrow TS^2 = TU^2 + 52$$

$$\Rightarrow (10^2 - TU^2) = TU^2 + 52 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 10^2 = 2TU^2 + 52 \Rightarrow 48 = 2TU^2 \Rightarrow$$

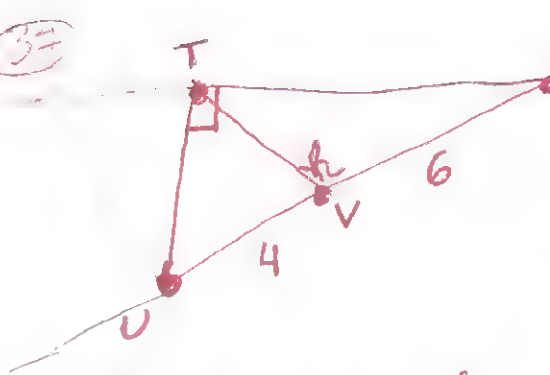
$$\Rightarrow 24 = TU^2 \Rightarrow TU = \sqrt{24}$$

$$24 + TS^2 = 10^2 \Rightarrow TS = \sqrt{76}$$

$$24 + 16 = h^2 \Rightarrow 40 = h^2$$

$$\Rightarrow h = \sqrt{40}$$

37

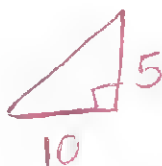


los triángulos que se determinan son semejantes?

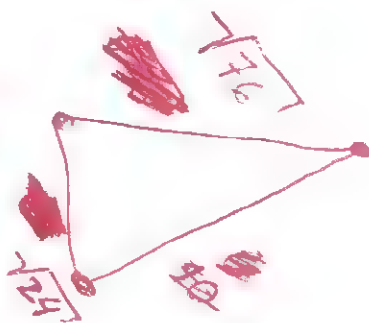
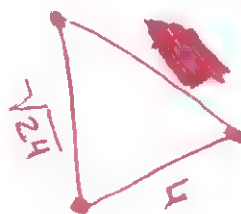
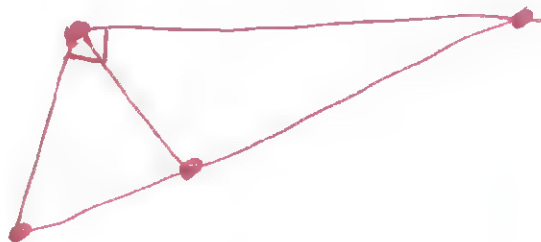
$\triangle \checkmark \checkmark$

(b) el planteo las proporciones de los lados, que relación resulta, que se cumple en torno a la altura. Justifique.

~~$\sqrt{76}$~~



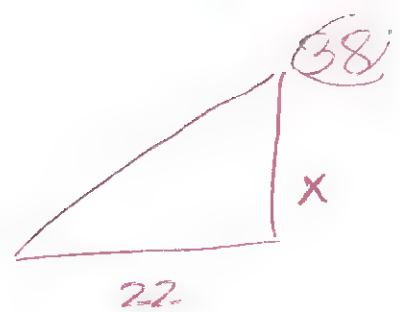
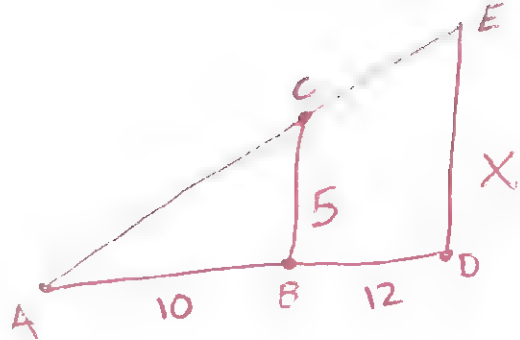
$$\frac{5}{10} = \frac{x}{22}$$



$$\frac{\sqrt{76}}{\sqrt{24}} = \frac{4}{\sqrt{24}}$$

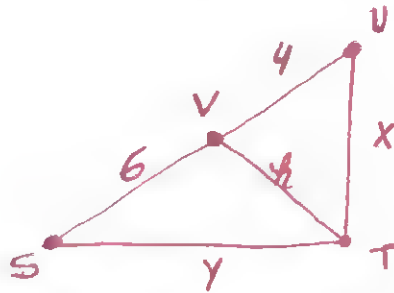
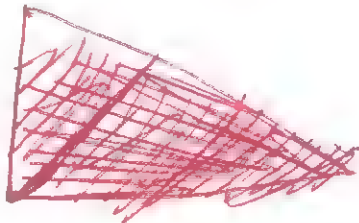
$$\Rightarrow 6x = 4\sqrt{76}$$

$$\frac{6}{\sqrt{76}} = \frac{4}{x}$$

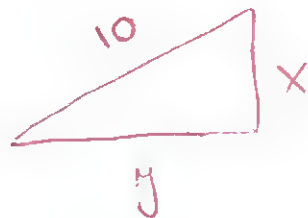


$$\frac{5}{10} = \frac{X}{22} \Rightarrow 5 \cdot 22 = 10X \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{X = 11}$$



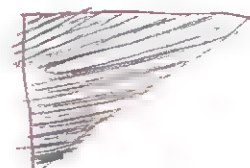
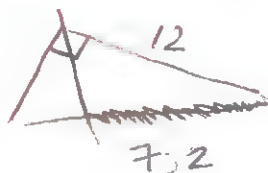
proyección



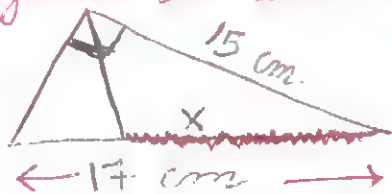
$$\frac{X}{Y} =$$



- 18) Uno de los catetos de un triángulo rectángulo mide 12 mm. y su proyección sobre la hipotenusa mide 7,2 mm. Calcular:
- el perímetro del triángulo
 - el valor de la mediana

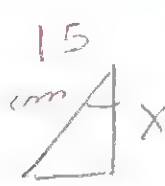


34) Proyección del cateto sobre la hipotenusa.

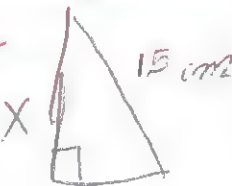


triángulo entero

Non semejantes



rotamos



$$\frac{x}{15} = \frac{15}{17}$$

$$x = \frac{15^2}{17} \text{ cm}$$

$$x = \frac{225}{17} \text{ cm}$$

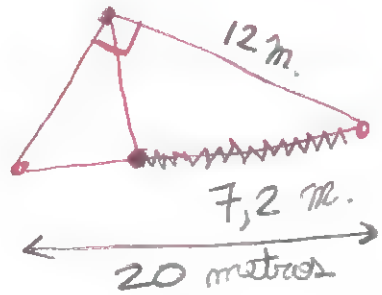


15) Uno de los catetos de un triángulo mide 12 m. y su proyección sobre la hipotenusa mide 7,2 m.

Calcula ① el perímetro del triángulo

② el valor de la mediana

$$16 + 20 + 12 = 48$$



$$\frac{12}{x} = \frac{7,2}{12}$$



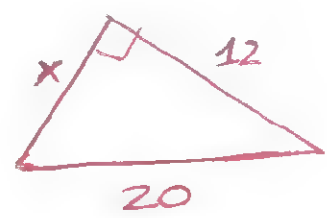
$$7,2 \Rightarrow$$

$$12 \Rightarrow$$



$$\Rightarrow 12^2 = 7,2x$$

$$\Rightarrow \boxed{x = 20}$$



$$x^2 + 12^2 = 20^2$$

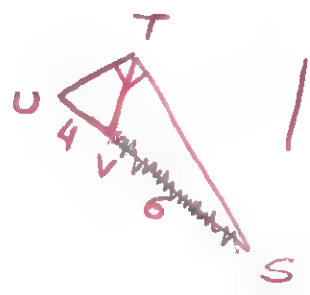
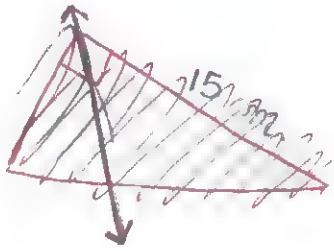
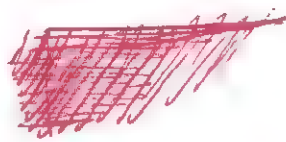
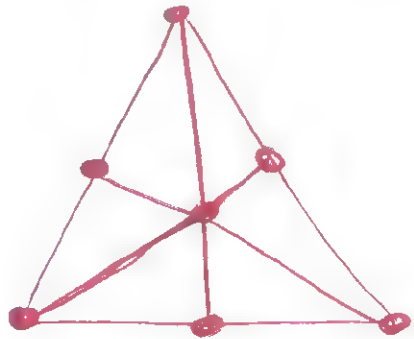
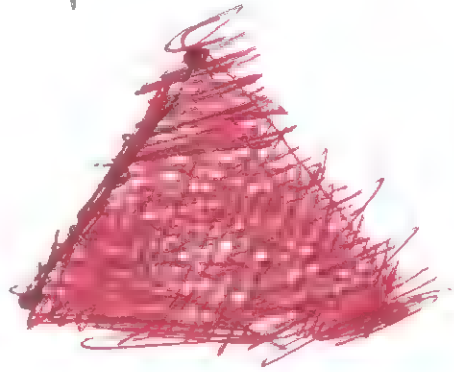
$$x^2 = 20^2 - 144$$

$$x^2 = 256$$

$$\boxed{x = \pm \sqrt{256}}$$

el rollo de lo mediano:

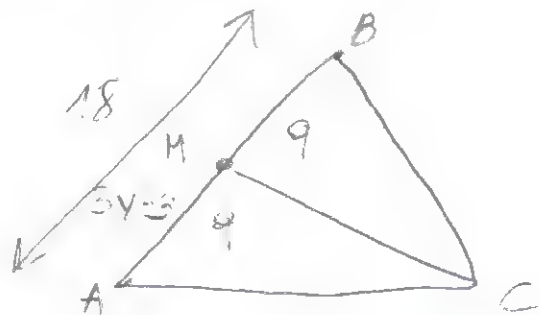
Es el segmento ~~que~~ que une un vértice con el punto medio del lado opuesto



(41)

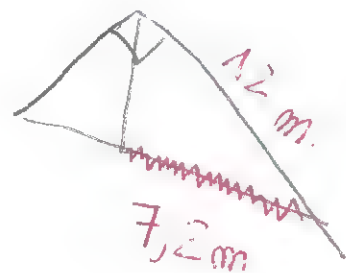
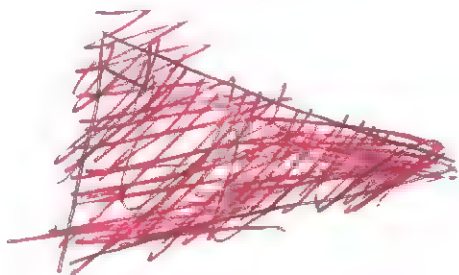
(18) calcular el valor de lo mediano

En $\triangle ABC$ es mediano y $\overline{AB} = 18$ cm calcular el valor de "y".



$$3y - 3 = 9 \Rightarrow 3y = 12$$

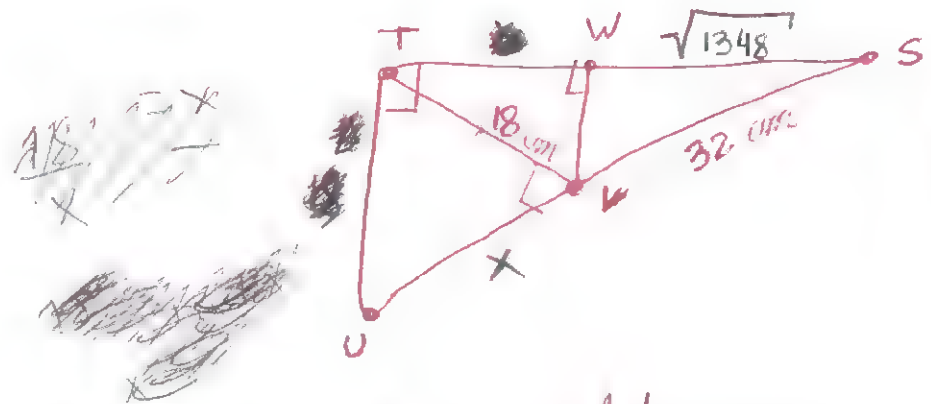
$$\Rightarrow y = 4$$



(18) calcular el valor de lo mediano
Hallaremos la mediana entre la hipotenusa

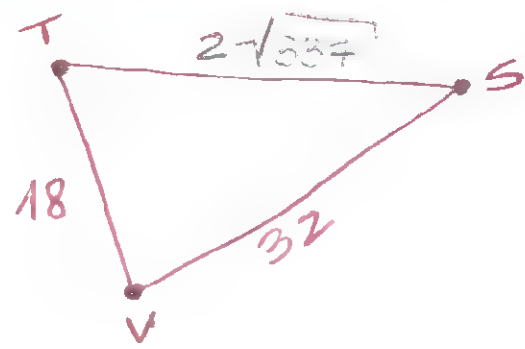


19 En un triángulo UTS , rectángulo en T se conoce que la altura (TV) sobre la hipotenusa es de 18 cm y $VS = 32$ cm



$$\frac{WS}{TW} = \frac{32}{UV}$$

a) Calcular UV y luego obtener US .

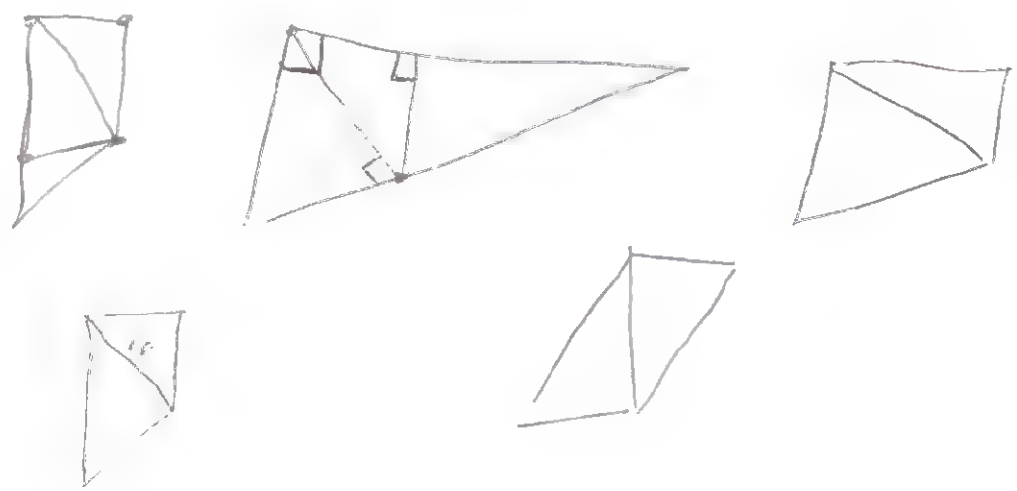


$$18^2 + 32^2 = h^2$$

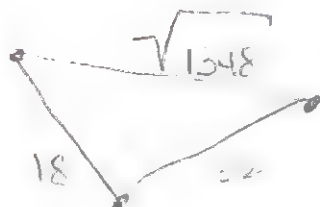
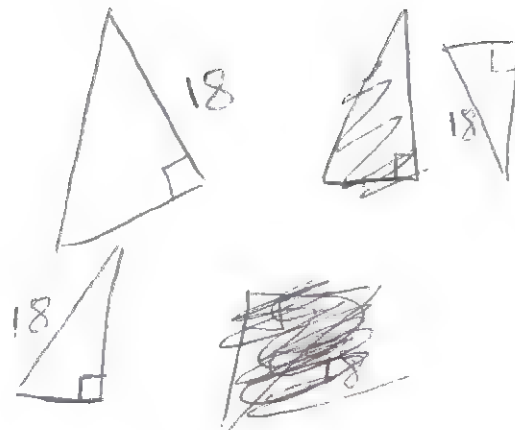
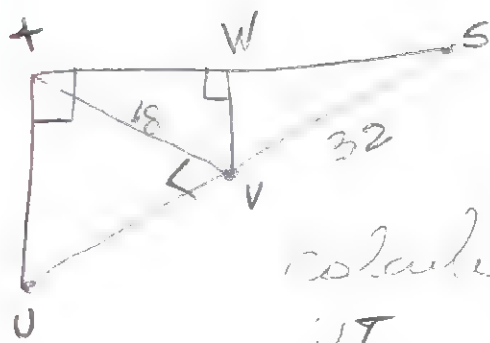
$$h = 2\sqrt{337}$$

$$h^2 = 1348$$

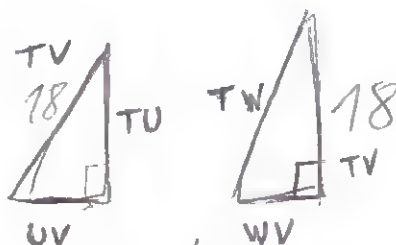
Como ΔUTU y el triángulo ΔTVW son semejantes por los ángulos, $TU = 18$



45



$$TS = \sqrt{1548}$$



Por semejanza por tener mismo lado y ángulo

$$\frac{18}{TU} = \frac{TW}{18} \Rightarrow 18^2 = TW \cdot TU \Rightarrow \frac{324}{TW} = TU$$

$$\frac{TW \cdot 18}{324} = \frac{WV}{UV}$$

$$\frac{18}{TU} = \frac{WV}{UV} \Rightarrow \frac{18}{\left(\frac{324}{TW}\right)} = \frac{WV}{UV}$$

$$\frac{UV}{324} = \frac{WV}{TW \cdot 18}$$

$$UV = 324 \left(\frac{WV}{TW \cdot 18} \right)$$

$$\frac{TW}{18} = \frac{WV}{UV} \Rightarrow \frac{324 - WV}{18} = \frac{WV}{UV} \Rightarrow$$

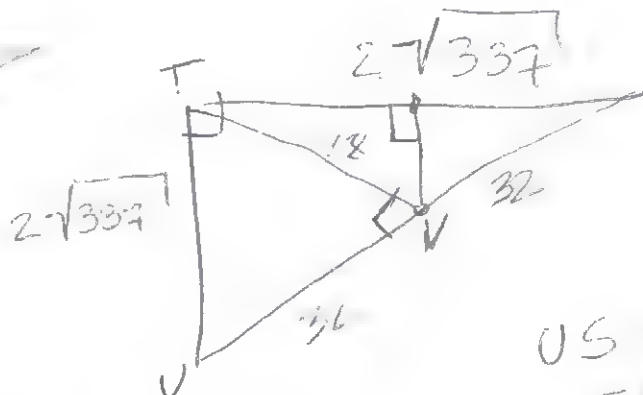
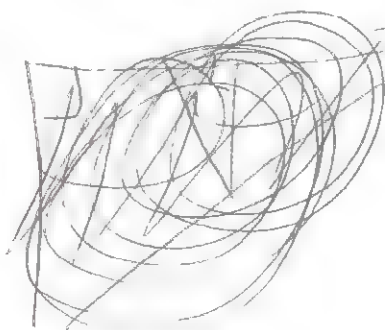
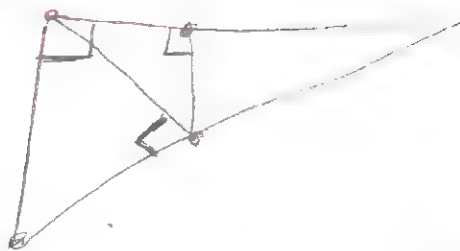
$$18^2 = WV + TW \Rightarrow 324 - WV = TW$$

$$\frac{324 - WV}{18} = \frac{WV}{324 \left(\frac{WV}{TW \cdot 18} \right)} \Rightarrow \frac{324 - WV}{18} = \frac{18 \cdot TW}{324 - WV}$$

=)

12, 925

44



$$US = 64$$

$$= 32 + 32$$

hallar UV

$$x^2 + x - 180 = 0$$

$$x^2 + x = 180$$

$$x(x+1) = 15 \cdot 12$$

~~32~~

$$\frac{x+1}{15}$$

$$\frac{15}{x+12} = \frac{x+1}{12}$$

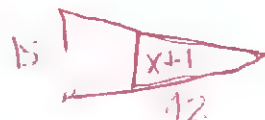
$$\frac{x+12}{15} = \frac{12}{x+1}$$

$$\frac{12}{x+1}$$

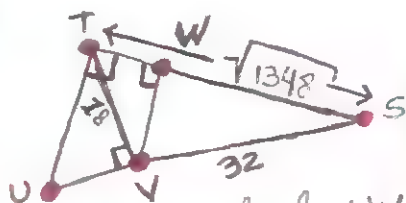


$$\frac{x+12}{15} = \frac{12}{x+1}$$

$$\frac{x}{12} = \frac{15}{x+1}$$



19.



Calcular UV

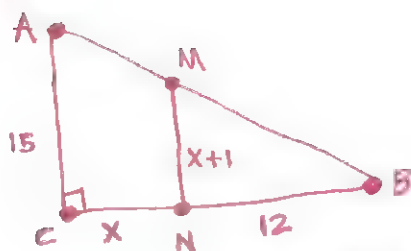
y luego US

$$= \sqrt{1348}$$

$$= \sqrt{18^2 + 32^2}$$



45



¿cuánto vale \overline{MN} ?



~~Triángulos semejantes~~ Triángulos semejantes

Teorema de Tales: Dos triángulos de triángulos rectángulos, los dos triángulos son semejantes, sus lados guardan la misma proporción

Es decir

$$\frac{15}{x+12} = \frac{x+1}{12} \Rightarrow 15 \cdot 12 = (x+1)(x+12)$$

$$\Rightarrow 180 = x^2 + 12x + x + 12$$

$$\Rightarrow 180 = x^2 + 13x + 12$$

$$\Rightarrow 168 = x^2 + 13x$$

$$\Rightarrow x^2 + 13x - 168 = 0$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2a}$$

~~Es decir~~

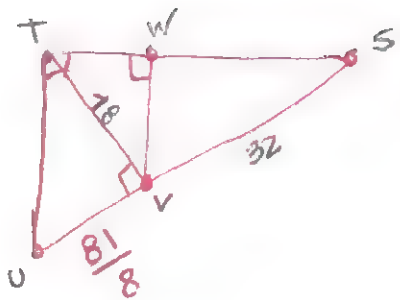
$$x = \frac{-13 \pm \sqrt{13^2 + 4 \cdot 168}}{2 \cdot 1}$$

$$x_1 = 8$$

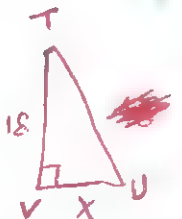
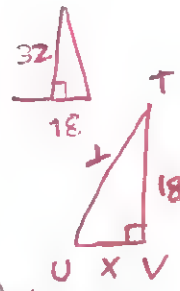
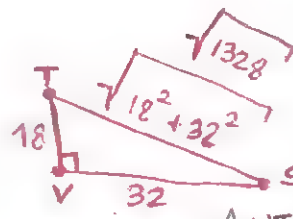
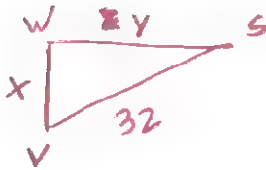
$$x_2 = -21$$

$$\therefore \overline{MN} = x+1 \Rightarrow \overline{MN} = 8+1 = \boxed{\overline{MN} = 9}$$

19.



Calcular UV y luego obtener US



Suponiendo que $\triangle TUV \sim \triangle VTS$

$$\frac{18}{32} = \frac{UV}{18} \Rightarrow$$

$$UV = \frac{81}{8}$$

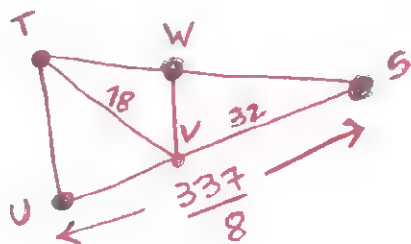
$$\therefore UV = \frac{81}{8}$$



$$\frac{18}{32} = \frac{x}{18}$$

$$US = 32 + \frac{81}{8} = \frac{337}{8}$$

b. Determinar las longitudes de los lados.



$$TU^2 = 18^2 + \left(\frac{81}{8}\right)^2$$

$$TU = \sqrt{\frac{27297}{64}}$$

$$TU = \frac{9\sqrt{337}}{8}$$

141

W V

↓



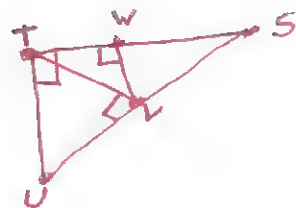
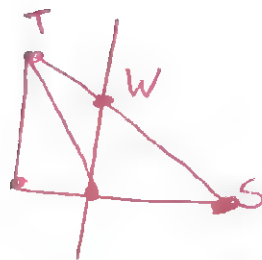
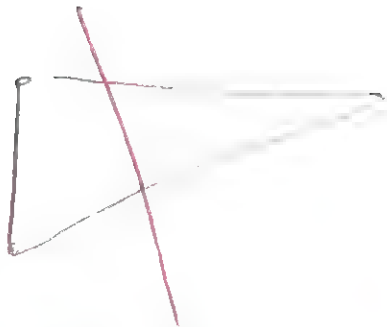
343

N

$$1. \lambda' = N + A - 204$$

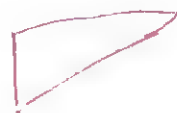
$$x^2 - 1 = (x-1)(x+1) \quad \text{and} \quad x^2 - 4 = (x-2)(x+2)$$

47

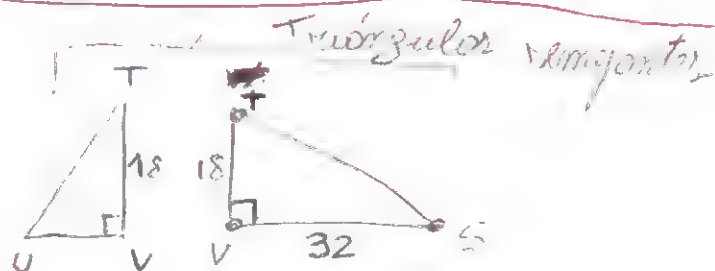
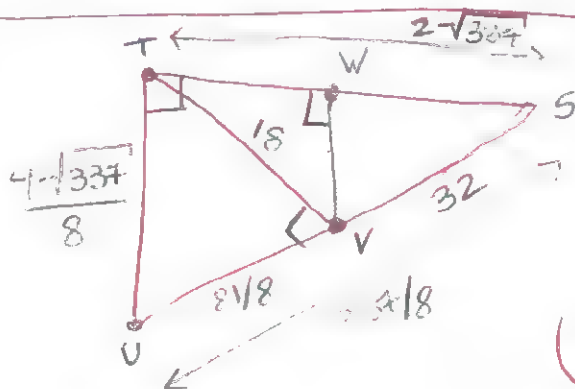


Una línea paralela a un lado de un triángulo.
- la.

#



$$\frac{-6 \pm \sqrt{6^2 - 4ac}}{2a}$$



Triángulos semejantes

Por Teorema de Pitágoras

$$a) \quad US = 32 + \frac{81}{8} = \frac{337}{8}$$

$$\frac{18}{32} = \frac{UV}{18} \Rightarrow \frac{18 \cdot 18}{32} = UV$$

$$\Rightarrow \boxed{UV = \frac{81}{8}}$$

b) determinar las longitudes de los otros dos catetos

$$TV^2 = \left(\frac{81}{8}\right)^2 + 18^2 \Rightarrow TV^2 = \frac{22297}{64}$$

$$TS^2 = 32^2 + 18^2 \Rightarrow$$

$$\boxed{TS = 2\sqrt{1037}}$$

$$\Rightarrow \boxed{TV = \frac{9\sqrt{307}}{8}}$$

c) calcular medidores

$$① \quad 32^2 + WV^2 = WS^2$$

$$② \quad TV^2 + WV^2 = 18^2$$

TW y WV

$$\Rightarrow WV^2 = WS^2 - 32^2$$

$$\Rightarrow TW^2 + (WS^2 - 32^2) = 18^2 \Rightarrow$$

$$TW^2 + WS^2 = 1348 \Rightarrow$$

$$\begin{aligned} &= \frac{22297}{64} + 18^2 \\ &= \frac{22297}{64} + \frac{20736}{64} \\ &= \frac{43033}{64} \end{aligned}$$

~~Tw + Ws = 2 - \sqrt{337}~~

$$\begin{aligned} Tw + Ws &= 2 - \sqrt{337} \\ 18^2 + 32^2 &= (Tw + Ws)^2 \end{aligned}$$

$$(Tw + Ws) = 2 - \sqrt{337}$$

$$\Rightarrow Tw + Ws + Tw + Ws = 2 - \sqrt{337}$$

$$\Rightarrow 1348 + Tw + Ws + Ws + Tw = 2 - \sqrt{337}$$

$$\Rightarrow 2Tw + 2Ws = 2 - \sqrt{337} - 1348$$

$$\Rightarrow Tw + Ws = \frac{2 - \sqrt{337} - 1348}{2}$$

=>

$$Tw = \frac{2 - \sqrt{337} - 1348}{2} - Ws$$

~~Handwritten work showing substitution and simplification, heavily crossed out with red ink. Includes expressions like:~~

$$\begin{aligned} Ws &= \frac{1348 - (2 - \sqrt{337} - Ws)}{2} \\ Ws &= \frac{1348 - 2 + \sqrt{337} + Ws}{2} \\ Ws &= \frac{1346 + \sqrt{337} + Ws}{2} \\ Ws &= \frac{1346 + \sqrt{337}}{2} \end{aligned}$$

~~Final boxed answer:~~

$$\boxed{Ws = \frac{1346 + \sqrt{337}}{2}}$$

~~Additional scribbles and calculations at the bottom, including:~~

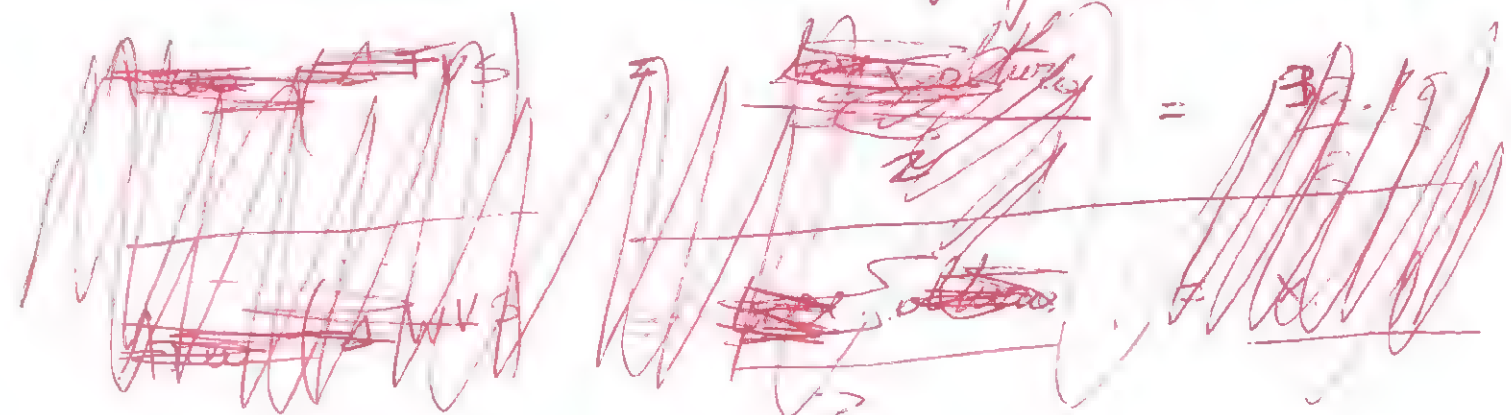
$$x_1 = 2 - \sqrt{337} \quad x_2 = 0$$

$$TW + WS = 2 - \sqrt{337} \Rightarrow (TW + WS)^2 = (2 - \sqrt{337})^2$$

$$18^2 + 32^2 = (TW + WS)^2 \Rightarrow$$

$$TW = 2 - \sqrt{337} \quad WS =$$

$$32^2 = WS^2 + WV^2 \Rightarrow 32^2 - WV^2 = WS^2$$



$$TW = 2 - \sqrt{337} = (32 - WS)$$

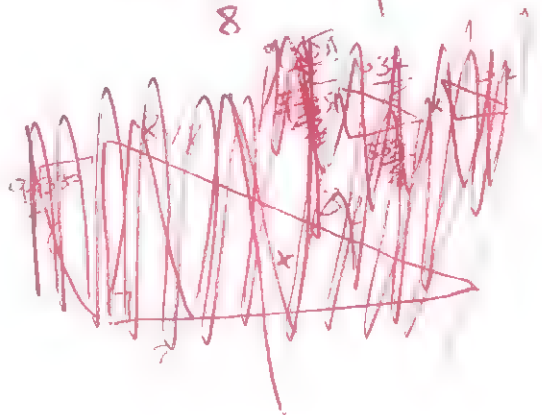
$$WS = 2 - \sqrt{337} - TW \Rightarrow WS^2 = (2 - \sqrt{337} - TW)^2$$

$$10. \Rightarrow 32^2 - WV^2 = (2 - \sqrt{337} - TW)^2$$

Calculation of WV



$$\frac{WV}{32} = \frac{9\sqrt{337}/8}{337/8}$$



$$\Rightarrow WV = \left(\frac{9\sqrt{337}/8}{337/8} \right) 32$$

$WV = 15.68$

$$\Rightarrow \boxed{WV = 15.68}$$

Calcular TW.

(50)

$$TW^2 + WV^2 = TV^2$$

$$TW^2 + \left(\frac{9\sqrt{337}/8}{\frac{334}{8}} \right)^2 32 = 18^2$$

~~$$TW = 17,9931$$~~

$$TW = 17,9931$$

En todo triángulo rectángulo la longitud
de la mediana relativa a la hipotenusa es igual
a la mitad de la longitud de la hipotenusa
@ calcular la medida de la mediana

Mediana $\left(\frac{334}{8} \right)^{1/2}$
hipotenusa

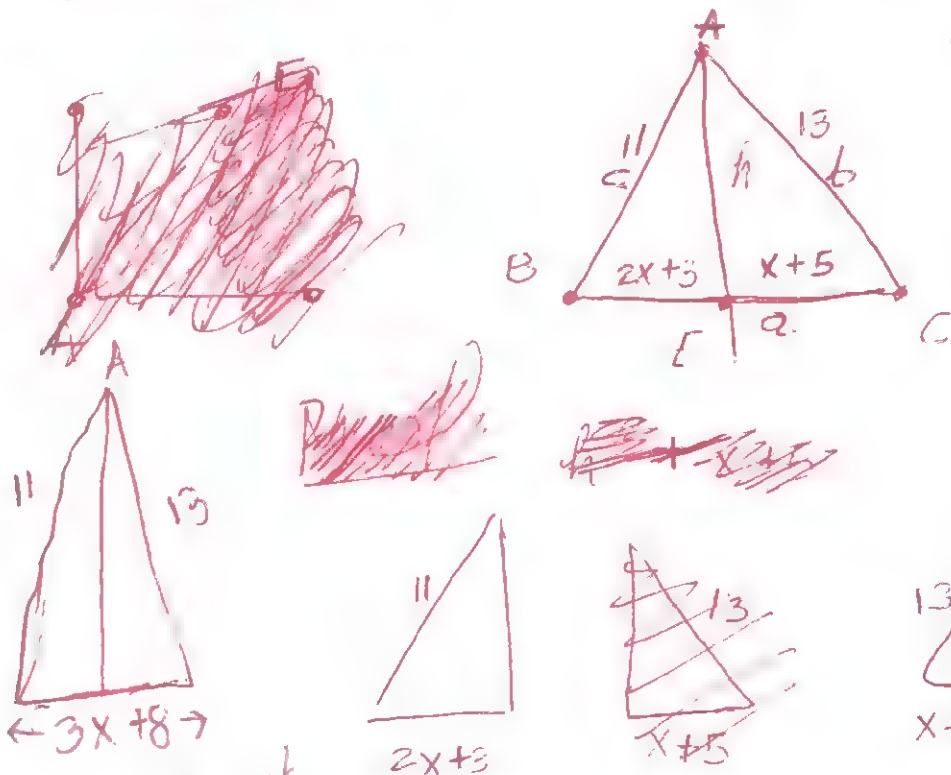
~~$$= \frac{18}{\sqrt{2}}$$~~

$$21,0625$$

~~21,0625~~

me confundí
por fracciones mixtas

20. Sabiendo que AE es bisectriz del ángulo A , halla el valor de los segmentos BE y EC , y el lado BC , donde el cateto $c=11$, $b=13$ y las expresiones de los segmentos son $BE=2x+3$ y $EC=x+5$



$$BE = \frac{77}{15}$$

$$EC = \frac{91}{15}$$

$$(3x+8)^2 + 11^2 = 13^2$$

For total:

$$\frac{13}{x+5} = \frac{11}{2x+3}$$

$$\Rightarrow \frac{9}{048064} \Rightarrow 9x^2 + 48x + 54$$

$$9x^2 + 54x + 54x + 32 = 169 \Rightarrow 13(2x+3) = 11(x+5)$$

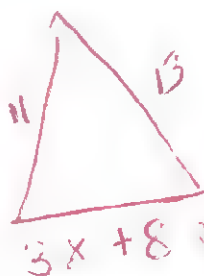
$$9x^2 + 108x + 155 = 0 \Rightarrow 26x + 39 = 11x + 55$$

$$-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac} \Rightarrow 26x - 11x = 16 \Rightarrow 15x = 16$$

$$x_1 = -\frac{3}{5}$$

$$x_2 = -\frac{3}{5}$$

$$13^2 = 11^2 + (3x+8)^2$$

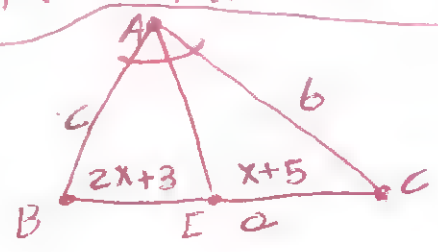


$$\Rightarrow x = \frac{16}{15}$$

$$x = 1,066$$

$$(x+1)(x+2)(x+3) = x^3 + 6x^2 + 11x + 6$$

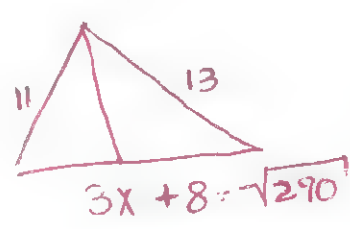
20



$$c = 11$$

$$b = 13$$

Mal porque
no puedes usar
pitágoras en
el ángulo
no es
recto



$$13^2 = 11^2 + (3x+8)^2$$

$$169 = 121 + [9x^2 + 48x + 64]$$

$$169 = 9x^2 + 48x + 147$$

$$0 = 9x^2 + 48x + 14536$$

$$x = \frac{-48 \pm \sqrt{48^2 - 4 \cdot 9 \cdot 14536}}{2 \cdot 9}$$

~~$$(3x+8)(3x+8)$$

$$= 9x^2 + 24x + 24x + 64$$

$$= 9x^2 + 48x + 64$$

$$\sqrt{b^2 - 4ac}$$~~

$$(3x+8)^2 = 11^2 + 13^2$$

$$[9x^2 + 48x + 64] = 290$$

$$9x^2 + 48x - 226 = 0$$

~~$$x = \frac{-8 \pm \sqrt{290}}{3}$$

$$x = \frac{-8 + \sqrt{290}}{3}$$~~

$$\sqrt{b^2 - 4ac}$$

$$\frac{-48 \pm \sqrt{48^2 - 4 \cdot 9 \cdot (-226)}}{2 \cdot 9}$$

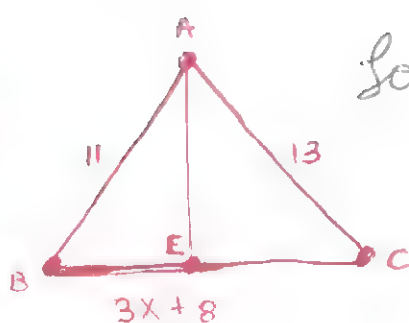
$$x_1 = \frac{-8 + \sqrt{290}}{3}$$

$$x_2 = \frac{-8 - \sqrt{290}}{3}$$

$$BC = 3 \left(\frac{-8 + \sqrt{290}}{3} \right) + 8$$

$\therefore BC = \sqrt{290}$ No necesitas hacer todo
esto porque lo único fíjate
de que $11^2 + 13^2 = 290$ es que
 $3x+8 = \sqrt{290}$

(1)



Lo hago de nuevo

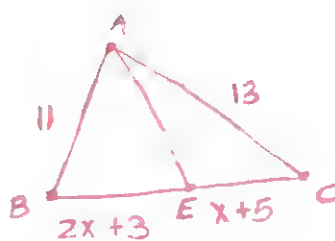
$$11^2 + 13^2 = (3x + 8)^2$$

$$290 = (3x + 8)^2$$

$$\Rightarrow 3x + 8 = \sqrt{290}$$

$$BC = \sqrt{290}$$

Max
no puedes poner en un triángulo un ángulo de 90°



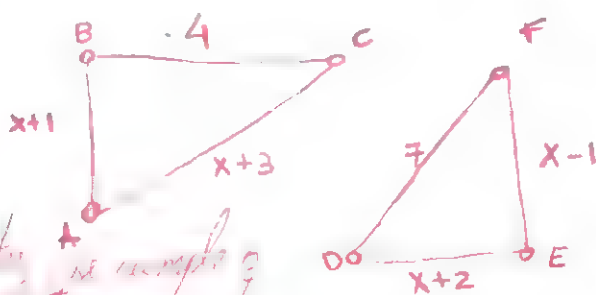
$$EC = x + 5$$

$$EC = \left(\frac{-8 + \sqrt{290}}{3} \right) + 5$$

$$EC = \frac{7 + \sqrt{290}}{3}$$

$$BE = 2 \left(\frac{-8 + \sqrt{290}}{3} \right) + 3 \Rightarrow BE = \frac{-7 + 2\sqrt{290}}{3}$$

(2) Hallar el valor de x y la longitud de cada lado y los ángulos de los triángulos rectángulos.



$$\frac{1}{20} x^2 - b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}$$

$$\frac{1 \pm \sqrt{1 - 4 \cdot 1 \cdot 86}}{2 \cdot 1}$$

no se puede ni simplificar

$$\frac{x+1}{4} = \frac{x-1}{x+2}$$

$$\Rightarrow (x+1)(x+2) = 4(x-1) \Rightarrow$$

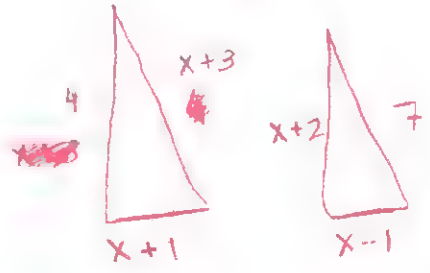
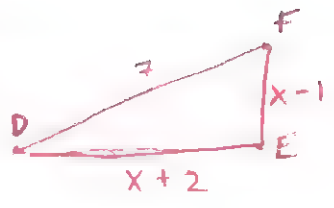
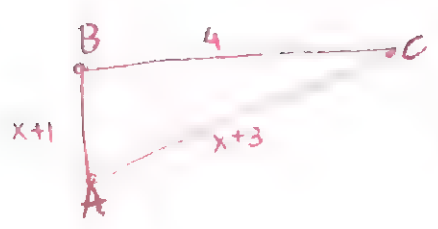
$$\Rightarrow x^2 + 3x + 2 = 4x - 4 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x^2 - x + 6 = 0$$

Max

Tiene soluciones complejas por lo tanto no es correcto

21.



$$\frac{4}{x+1} = \frac{x+2}{x-1}$$

No son semejantes

$$\Rightarrow 4(x-1) = (x+2)(x+1)$$

$$\Rightarrow 4x - 4 = x^2 + 3x + 2$$

$$\Rightarrow 0 = x^2 - x + 6$$

$$\frac{4}{x+1} = \frac{x+2}{7}$$

$$\Rightarrow 4 \cdot 7 = (x+3)(x+1)$$

$$\Rightarrow 28 = x^2 + 4x + 3$$

$$0 = x^2 + 4x - 25$$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4(1)(-25)}}{2(1)}$$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{16 + 100}}{2}$$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{116}}{2}$$

No son semejantes

$$4^2 + (x+1)^2 = (x+3)^2$$

$$(x-1)(x-1)$$

$$x^2 - x - x + 1$$

$$x^2 - 2x + 1$$

$$4^2 + [x^2 + 2x + 1] = [x^2 + 6x + 9]$$

$$\therefore \overline{BA} = 3$$

$$\overline{AC} = 5$$

$$4^2 + (-4)x - 8 = 0$$

$$-4x + 8 = 0 \Rightarrow x = \frac{-8}{-4} \Rightarrow \boxed{x=2}$$

$$-1 \pm \sqrt{1^2 - 4(1)(1)}$$

$$(x-1)^2 + (x+2)^2 = 7$$

$$(x^2 - 2x + 1) + (x^2 + 4x + 4) = 7$$

$$2x^2 + 2x + 5 = 7 \Rightarrow 2x^2 + 2x - 2 = 0$$

$$\Rightarrow 2(x^2 + x - 1) = 0$$

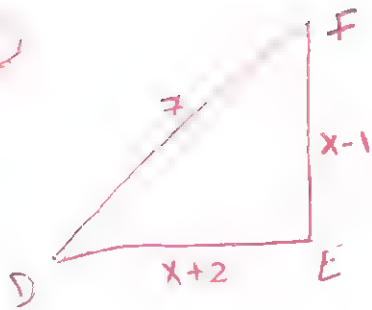
$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4(1)(-1)}}{2(1)}$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2}$$

$$x_1 = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2}$$

$$x_2 = \frac{-1 - \sqrt{5}}{2}$$

(21)



$$\begin{aligned} (x-1)(x-1) \\ x^2 - x - x + 1 \end{aligned}$$

$$(x-1)^2 + (x+2)^2 = 7^2$$

$$[x^2 - 2x + 1] + [x^2 + 4x + 4] = 7^2 \Rightarrow$$

$$2x^2 + (-2x) + 5 = 7^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \cancel{2x^2 - 2x + 5 = 49} \quad 2x^2 - 2x - 44 = 0$$

$$\frac{1}{2.2} \left(+2 \pm \sqrt{2^2 - 4.2.(-44)} \right)$$

$$\begin{aligned} \cancel{FE} &= \frac{-1 + \sqrt{5}}{2} \\ \cancel{DE} &= \frac{5 + \sqrt{5}}{2} \end{aligned}$$

No soln for $\frac{x+1}{x-1} = \frac{4}{x+2} = \frac{x+3}{7}$

$$\begin{aligned} x_1 &= \frac{1 + \sqrt{5}}{2} \\ x_2 &= \frac{1 - \sqrt{5}}{2} \end{aligned}$$

$$\cancel{x_1 = 1.61}$$

x_2
No soln
per not
negative

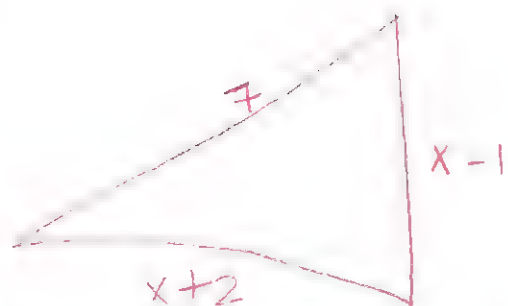
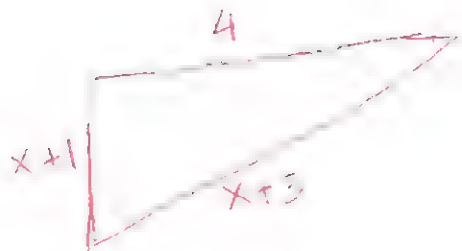
$$x_1 = \frac{1 + \sqrt{89}}{2}$$

$$x_2 = \frac{1 - \sqrt{89}}{2}$$

$$\boxed{x_1 = 5.1}$$

(22) The conditions are triangles are not similar. The longest side is 10. The other two sides are 6 and 8. The angle between 6 and 8 is 60°.

~~For 60° angle, the sides are 6, 8, 10.~~



$$\frac{7}{x+3} = \frac{x+1}{x+2} \Rightarrow 7(x+2) = (x+1)(x+3)$$

$$\Rightarrow 7x + 14 = x^2 + 2x - 3$$

$$\Rightarrow 0 = x^2 - 5x - 17$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{5 \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-17)}}{2 \cdot 1}$$

$$= \frac{5 \pm \sqrt{25 + 68}}{2}$$

$$x_1 = \frac{5 + \sqrt{93}}{2}$$

$$x_2 = \frac{5 - \sqrt{93}}{2}$$

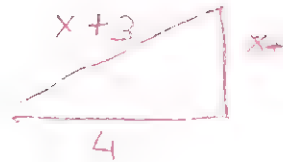
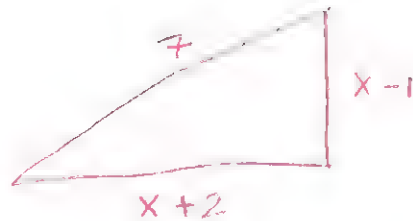
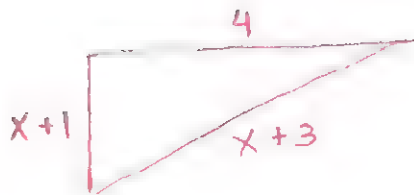
$$\frac{7}{x+2} = \frac{x+3}{4} \Rightarrow 4 \cdot 7 = (x+3)(x+2) \Rightarrow x^2 + 5x + 6 = 28$$

$$\Rightarrow 22 = x^2 + 5x + 6 \Rightarrow x^2 + 5x - 22 = 0$$

$$\Rightarrow \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \Rightarrow \frac{-5 \pm \sqrt{5^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-22)}}{2 \cdot 1}$$

$$x_1 = \frac{-5 + \sqrt{113}}{2}$$

$$x_2 = \frac{-5 - \sqrt{113}}{2}$$



$$\frac{x+1}{4} = \frac{x-1}{x+2} \Rightarrow (x+1)(x+2) = 4(x-1)$$

$$\Rightarrow x^2 + 3x + 2 = 4x - 4$$

$$\Rightarrow x^2 - x + 6 = 0$$

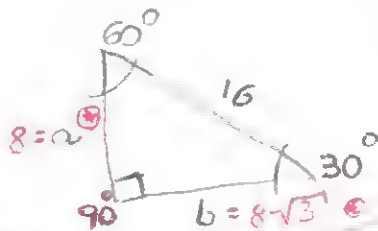
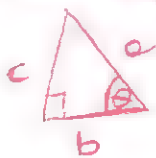
$$-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 6}$$

es negativo, no tiene solución

21 Plaqueo pitagórico, ya que los triángulos NP son semejantes. Intenté usar Teo de Miletos y me dio soluciones negativas.

22 Se considera un triángulo especial donde la longitud de la hipotenusa es 16, colócale la longitud de sus lados. Ponere de 30° y de 60°

Es un ejercicio de trigonometría



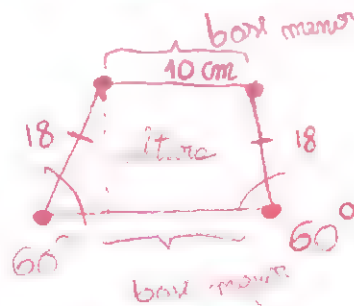
$$a^2 + b^2 = 16^2$$

$$\text{then } \theta = \frac{c}{a} \quad \cos \theta = \frac{b}{a} ; \quad \text{tg } \theta = \frac{c}{b} = \frac{c/a}{b/a}$$

$$\textcircled{*} \sin 60^\circ = \frac{a}{16} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{a}{16} \Rightarrow \boxed{a = 8}$$

$$\textcircled{*} \cos 30^\circ = \frac{b}{16} \Rightarrow 16 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = b \Rightarrow \boxed{b = 8\sqrt{3}}$$

(23) Cada lado congruente de un trapecio isósceles tiene longitud 18. Los ángulos de la base mayor miden 60° y la base menor mide 10 cm, calcule la altura y la longitud de la base mayor.



$$\text{Área de un Trapecio} = \frac{B+b}{2} \times h$$

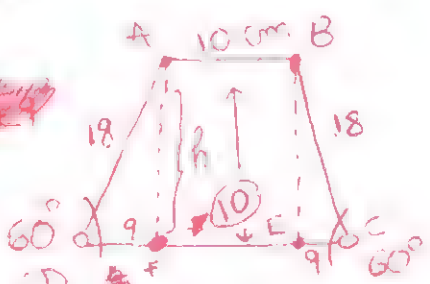
base mayor base menor altura

$$m = \frac{b+B}{2}$$

base menor base mayor

$$\frac{A}{h} = \frac{B+b}{2} \Rightarrow 2\left(\frac{A}{h}\right) = B+b$$

$$\Rightarrow 2\left(\frac{A}{h}\right) - b = B \Rightarrow \frac{2A}{h} - b = B$$



$$18^2 = (9 - \sqrt{3})^2 + h^2$$

$$18^2 = 81 \Rightarrow DF = 9$$

$$B = 9 + 9 + 10$$

$$\Rightarrow B = 19 + 3\sqrt{3}$$



$$\cos 60^\circ = \frac{EC}{18} = 18 \cos 60^\circ = EC$$

$$\Rightarrow EC = 9$$

$$18^2 = 9^2 + BE^2$$

$$BE^2 = 243$$

$$\text{ALTURA: } BE = 9\sqrt{3}$$



$$\tan 60^\circ = \frac{AF}{DF} \Rightarrow DF = \frac{AF}{\tan 60^\circ} \Rightarrow DF = \frac{AF}{\sqrt{3}}$$

$$= 9/\sqrt{3}$$

AF es igual al ángulo de 45 grados

EC porque el triángulo tiene base mayor
 los catetos son iguales

$$B = 10 + 9 + 9$$

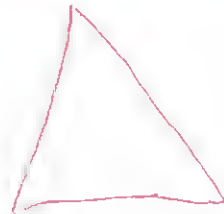
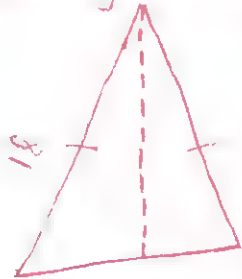
$$B = 28$$

Se trata un triángulo isósceles los dos ángulos de 45° los dos catetos son iguales



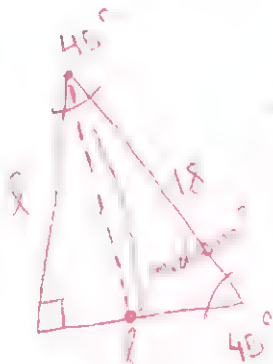
$$\overline{AF} = \overline{FE}$$

4) Calcule la longitud del base de un triángulo isósceles cuyo hipotenusa tiene una longitud 18. Calcule el área de la altura y colar de la mediana.



$$x^2 + y^2 = z^2$$

$$\text{altura} = \frac{\text{Área} \times 2}{\text{base}}$$



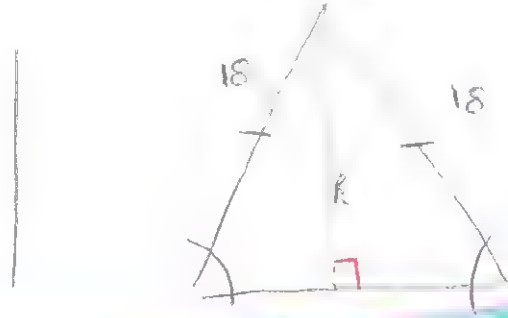
$$\begin{aligned} 18^2 &= x^2 + x^2 \\ \Rightarrow 18^2 &= 2x^2 \\ \Rightarrow 162 &= x^2 \\ \Rightarrow x &= 9\sqrt{2} \end{aligned}$$

$$\text{Altura} = x = 9\sqrt{2}$$

$$\text{Alturas} =$$

$$\begin{aligned} \text{altura}^2 &= (9\sqrt{2})^2 + 9^2 \\ &= 162 + 81 \\ &= 243 \\ \text{altura} &= 9\sqrt{3} \end{aligned}$$

24) Calcular la longitud de un triángulo isósceles, cuyo hipotenuso tiene longitud 18. Calcular el valor de la altura y valor de la mediana. (60)



Trabajo Práctico Número 4

Indicador verdadero - falso

a) La medida de un ángulo exterior es igual a la mitad del valor absoluto de la semidiferencia de las medidas de los arcos opuestos.

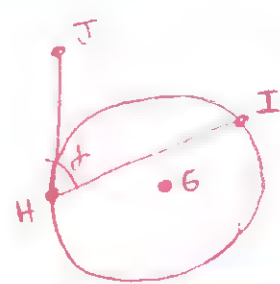


$$\text{medida del } \angle = \frac{|m\widehat{US} - m\widehat{VW}|}{2}$$

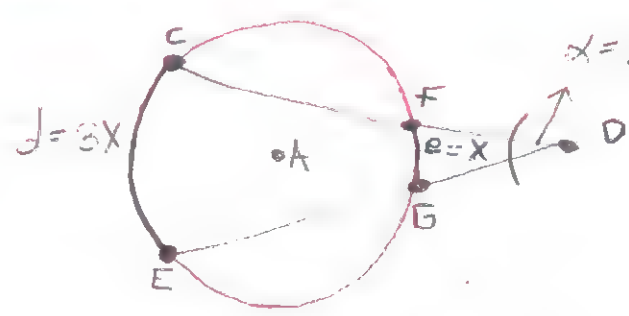
Verdadero //

(b) El ángulo exterior de una circunferencia es el determinado por los rectos secantes, los que se cortan en un pto interior de la circunferencia, distinto del centro, y el cual es el vértice del ángulo. Verdad o falso

c) Un ángulo semicírculo en un arco de circunferencia mide el doble del ángulo central correspondiente. Falso



(2) Sabiendo que los lados de un ángulo exterior de una circunferencia forman un ángulo de 21° . ¿Cuáles son los medidores de los arcos sabiendo que uno de ~~los~~ los arcos es el triple del otro?



$$d = 3x \Rightarrow d = 3 \cdot 21^\circ$$

$$\Rightarrow \boxed{d = 63^\circ}$$

$$\boxed{e = 21^\circ}$$

$$21^\circ = \frac{10FG - \overset{CE}{\text{arc}}}{2}$$

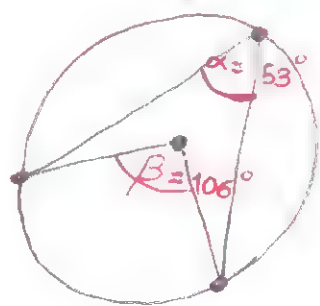
$$21^\circ = \frac{|x - 3x|}{2}$$

$$21^\circ = \frac{|-2x|}{2}$$

$$21^\circ = 2x / 2$$

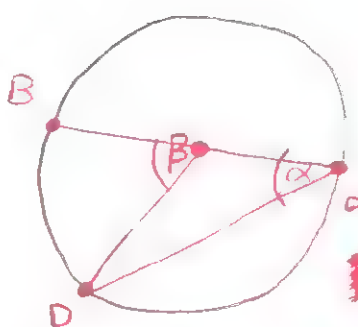
$$\boxed{21^\circ = x}$$

③ En la siguiente figura, si $\alpha = 53^\circ$, el valor de β .



$\beta = 106^\circ$

④

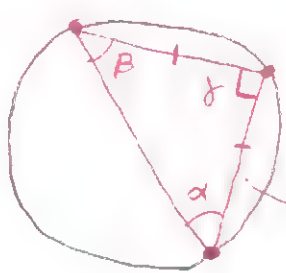


$\alpha = \frac{\beta}{2} \Rightarrow 342 = \beta$
 $2 \Rightarrow \boxed{68 = \beta}$

$\alpha = 34^\circ$



⑤ Indicar el valor del ángulo B



$\boxed{\beta = 45^\circ} ?$

→ el triángulo está delimitado a la mitad de la circunferencia.

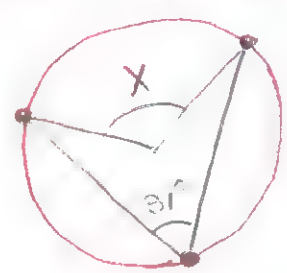
⑥ ¿Cuánto mide el ángulo cuyo vértice se denomina con X?



$X = \frac{141}{2}$

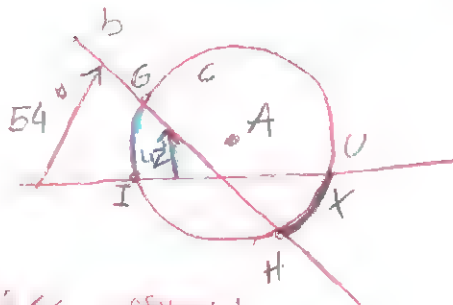
$\boxed{X = 70,5}$

⑦ Halla el valor de "X" en la siguiente figura

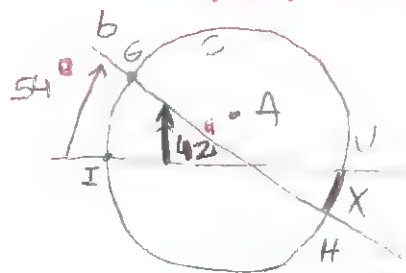


$\boxed{X = 62^\circ}$

8. En un círculo interior a uno circunferencia mide 42° y uno de sus arcos 54° . ¿Cuánto mide el otro arco? 63



$$\text{medida del } \angle = \frac{\text{arco}}{2}$$



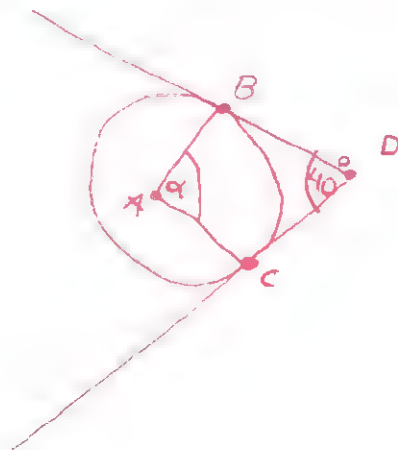
$$42^\circ = \frac{\text{arco GI} + \text{UH}}{2}$$

$$42^\circ = \frac{54^\circ + \text{UH}}{2}$$

$$2 \cdot 42^\circ - 54^\circ = \text{UH}$$

$$30^\circ = \text{UH}$$

9. En la figura los segmentos DB y DC son tangentes a la circunferencia. Determinar la medida del ángulo α .



$$\alpha = 80^\circ = 2 \cdot 40^\circ$$

10. Responder "siempre", "a veces" o "nunca" según corresponda.

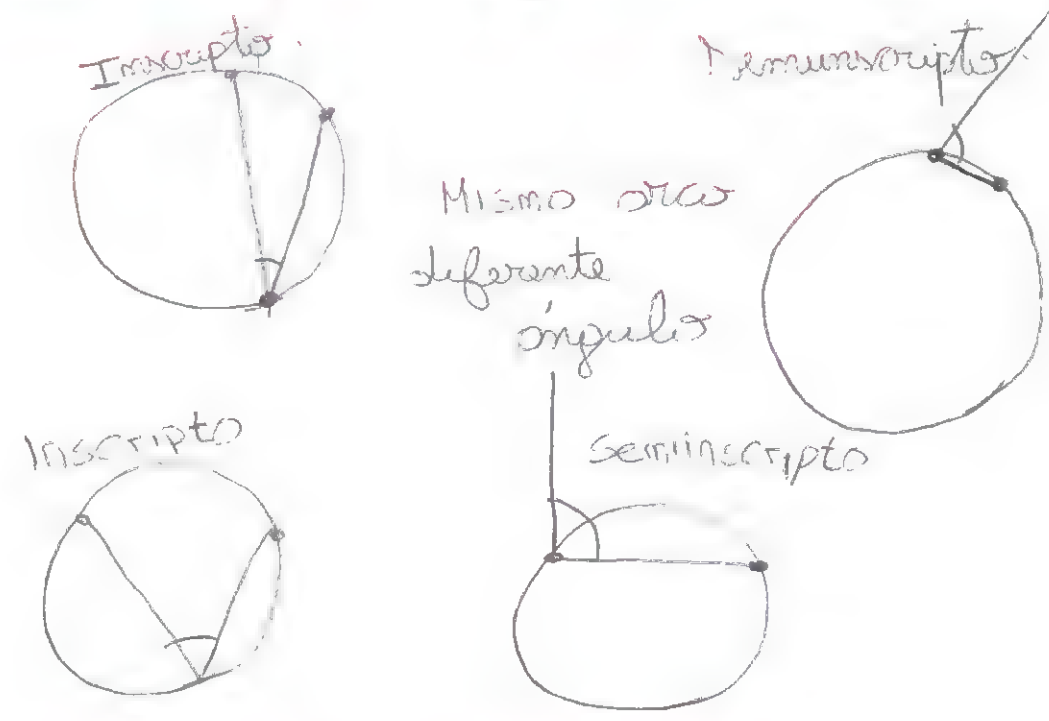
a) Los ángulos inscritos en un arco de circunferencia son congruentes con el central correspondiente. Nunca.

b) Los ángulos inscritos son menores que un ángulo recto. Siempre.

c) Los ángulos inscritos en una circunferencia son rectos. Nunca.

d) En un arco de circunferencia hay infinitos ángulos inscritos. Siempre.

- e) En un arco de circunferencia hay infinitos ángulos inscritos congruentes. Ejemplo.
- f) Los ángulos inscritos y seminscritos en el ~~arco~~ ^{mismo} arco de circunferencia son congruentes. ~~Mismo~~ ^{Mismo} Arcos?



Segmento medio proporcional

- (11) Dados los AC y CB se halla ^{el segmento} medio proporcional.
 ¿es correcta su construcción? ¿Por qué?

Diagram showing a semicircle with diameter AB. A point C is on AB. A perpendicular line is drawn from C to the semicircle at point E. The segment CE is the mean proportional between AC and CB.

Diagram showing a right triangle AEB with the right angle at E. A point C is on the hypotenuse AB. A perpendicular line is drawn from C to the hypotenuse at point D. The segment CD is the mean proportional between AC and CB.

$\overline{AC} + \overline{CB} = \overline{AB}$

Por medio $\frac{\overline{AB}}{2} = D$

¿Por qué se representa la mitad de la circunferencia? ¿Por qué se divide el arco AC con CB?

1) Hallar medio y encontrar el segmento 6
medio proporcional, sabiendo que

YouTube Hallar el seg medio proporcional a otros dos.
 a) $m=3$ $n=5$ b) $a=5$ $b=7$

c) $m=6$ $m=2$ d) $a=3$ $b=6$

El segmento medio proporcional (x) es la raíz cuadrada del producto de los segmentos proporcional (a, b).

Definición Cuando se descomponen los términos re-
petidos (medios o ~~seg~~ extremos) e inter se los deno-
minan medio proporcional

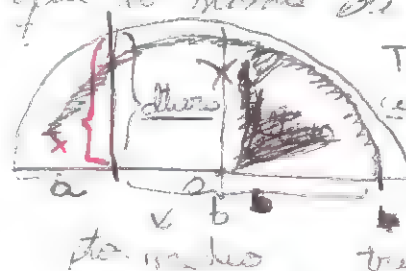
$$\frac{a}{x} = \frac{x}{b}$$

Hallar segmento proporcional de otros dos
 Ver teoremas en el teorema de la altura de Euclides
 se tiene que cumplir que $\frac{a}{x} = \frac{x}{b}$, donde x es
 el segmento que queremos hallar

En un triángulo rectángulo la altura de la hipotenusa es
 el medio proporcional de los ^{dos} segmentos ~~de~~ la altura desde ~~la~~
 su altura a la propia hipotenusa.

Disponemos el triángulo sabiendo que la suma de los dos
 segmentos es la hipotenusa

Entonces hallamos el punto medio del
 segmento sabiendo la medida
 con compás



Trasladamos el arco
 capaz de 90 grados
 para hallar la
 altura del
 triángulo

(12) Hallar gráfico y analíticamente el segmento medio proporcional, sabiendo que

a. $m = 3$

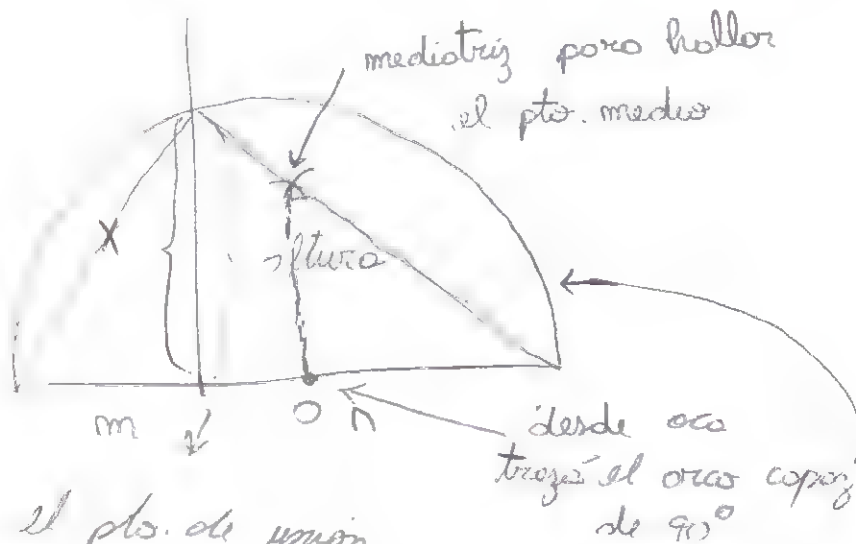
$n = 5$

$\frac{m}{x} = \frac{x}{n}$

$\frac{m}{x} = \frac{x}{n}$

$\frac{m}{x} = \frac{x}{n}$, x es el segmento medio proporcional

Se usó Teorema de la Altura de Euclides



donde el pto. de unión de m y n trazamos una perpendicular

desde oca trazamos el arco capaz de 90°

Res.
73%
11:13 AM

Relación en las circunferencias: inscripto y circumscrip

Si un cuadrilátero está inscripto en una circunferencia, los pares de ángulos opuestos son suplementarios. Falso.

Los ángulos opuestos son SUPLEMENTARIOS

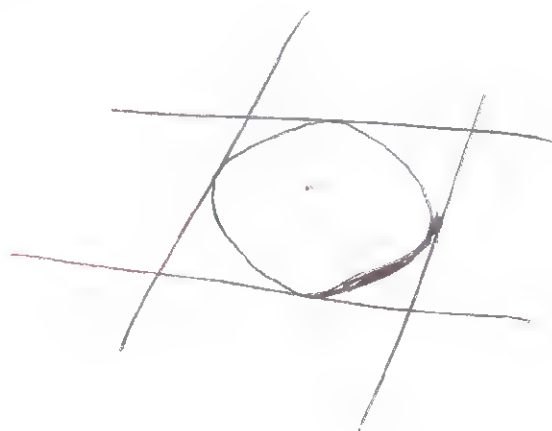
Suplementario es su suma forma un ángulo llano es decir 180° .

complementario: sumar 90°

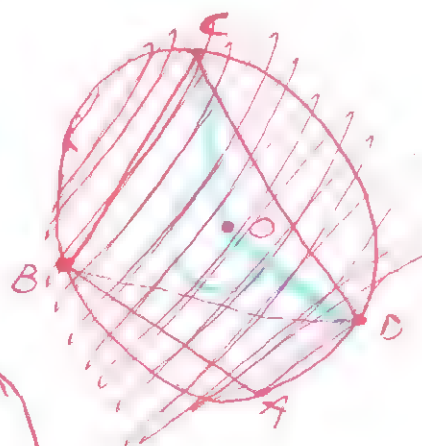
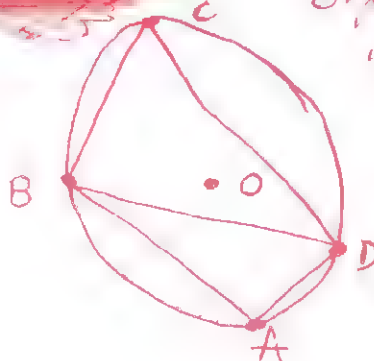
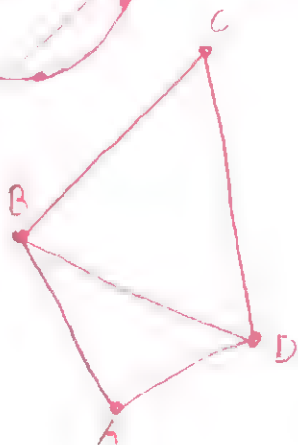
~~6) En un cuadrilátero ABCD inscrito en una~~ 64

b) En un cuadrilátero circunscrito a una circunferencia, resulta ser que la suma de los lados opuestos son iguales.

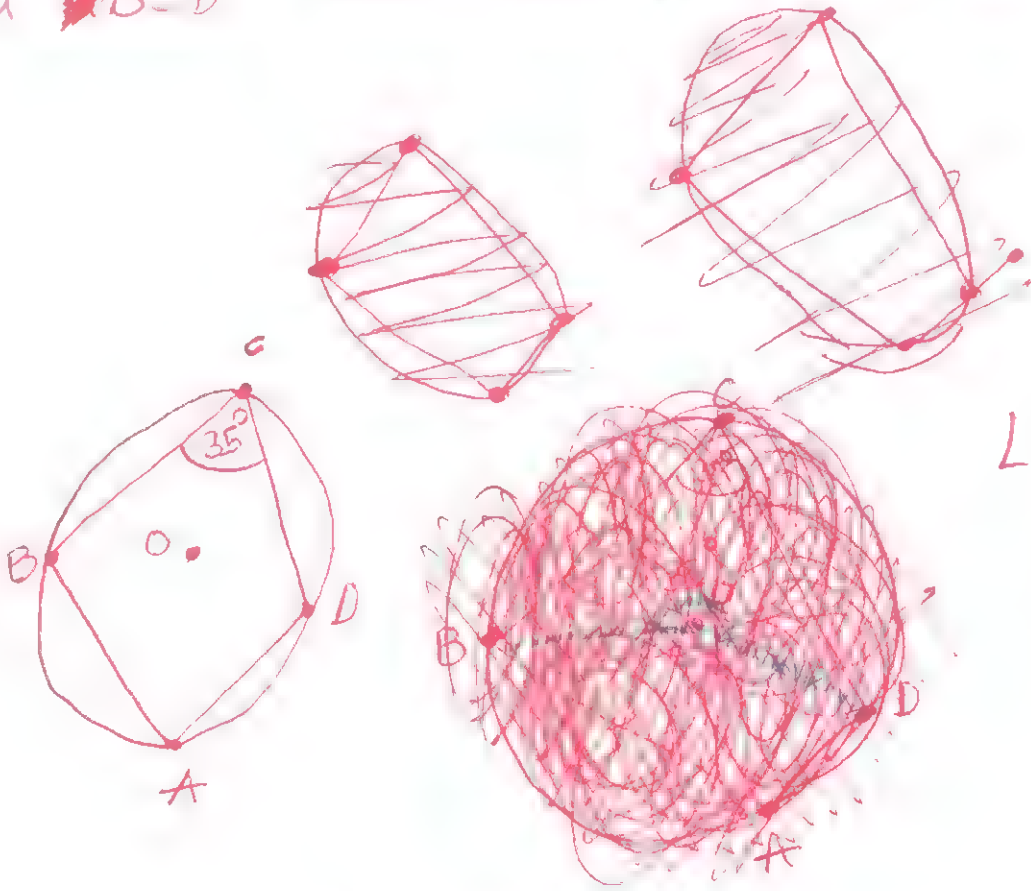
Verdadero (Ver Teorema)



14) En ~~la figura~~ la figura el cuadrilátero ABCD está inscrito en una circunferencia de centro O. El ángulo BCD mide 65° el valor de BAD es



14 En la figura el cuadrilátero ABCD 64
 está inscrito en una circunferencia de centro O
 Si $\angle BCD$ mide 65° el valor de $\angle BAD$ es:



Los ángulos que están son suplementarios.

$$35^\circ + \angle BAD = 180^\circ$$

$$\angle BAD = 145$$

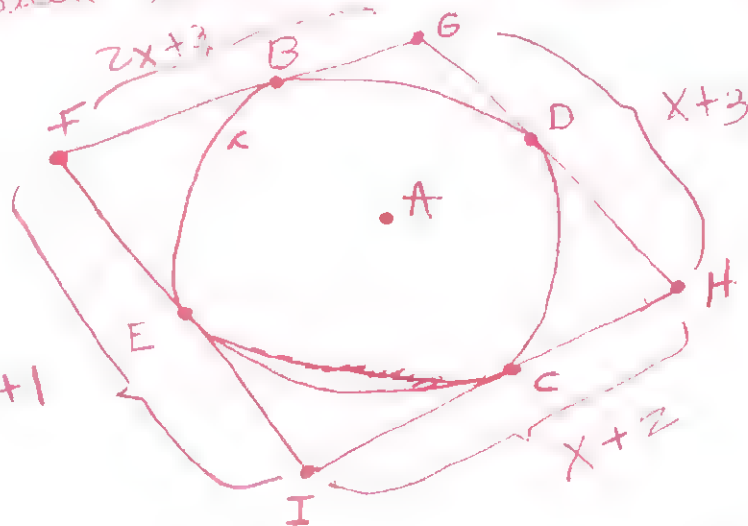
15) Se puede decir que los ángulos opuestos de un cuadrilátero inscrito en una circunferencia son: a) iguales \times

b) complementarios \times

c) suplementarios \checkmark

d) no se puede generalizar, depende de la figura cuestión \times

16) En la figura el cuadrilátero $FGHI$ es circunscrito, sabiendo que las expresiones de las longitudes de los lados son: $FG = 2x+3$, $GH = x+3$, $HI = x+2$, $FI = 3x+1$, hallar los valores de los mismos



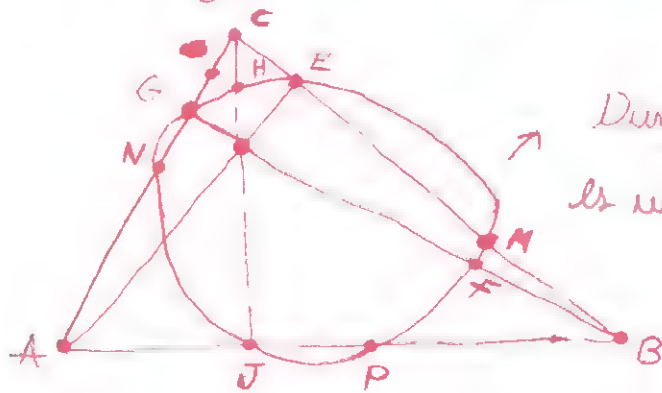
$$\begin{aligned} \overline{GH} &= \overline{FI} \\ \Rightarrow x+3 &= 3x+1 \\ \Rightarrow 0 &= 2x-2 \\ \Rightarrow 2 &= 2x \Rightarrow \boxed{x=1} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \overline{GH} &= 1+3 = 4 \\ \overline{FI} &= 3 \cdot 1 + 1 \\ \overline{FI} &= 4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \overline{FG} &= \overline{HI} \Rightarrow \\ \Rightarrow 2x+3 &= x+2 \\ \Rightarrow x+1 &= 0 \Rightarrow \boxed{x=-1} \\ \overline{FG} &= 2 \cdot (-1) + 3 = 1 \Rightarrow \\ \Rightarrow \boxed{\overline{FG} = 1} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \overline{HI} &= x+2 \Rightarrow \\ \Rightarrow \overline{HI} &= -1+2 \Rightarrow \boxed{\overline{HI} = 1} \end{aligned}$$

El punto Euler es un punto que contiene al ortocentro, al circuncentro y al baricentro. Y como es en honor al matemático suizo EULER, quien lo demostró en el siglo XVIII en el año 1765

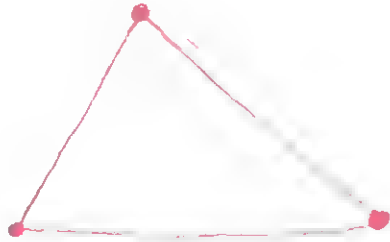


⤴ Ninguno no lo porque
es una circunferencia

En geometría se conoce como circunferencia de 9 puntos a aquella que se puede construir sobre cualquier triángulo pasando por nueve puntos notables, tres de ellos circunferencias pero por nueve puntos notables, tres de ellos sobre el mismo triángulo (sobre que el triángulo sea el triángulo) Estos son.

- el punto medio de cada lado.
- Los pies de las alturas
- Los pts. medios de los segmentos determinados por el ortocentro y los vértices del triángulo

(17) Dado un triángulo inscrito en el círculo. 71
 el ortocentro, el circuncentro, el baricentro y el incentro
 lo recto de Euler.



1. Ortocentro (Alturas)
2. Circuncentro (Mediatrices)
3. Baricentro (Mediosas)
4. Incentro (Bisectrices)

~~Altura~~ Altura ^{de un triángulo} Recta que pasa por un vértice y es perpendicular al lado opuesto o su prolongación.



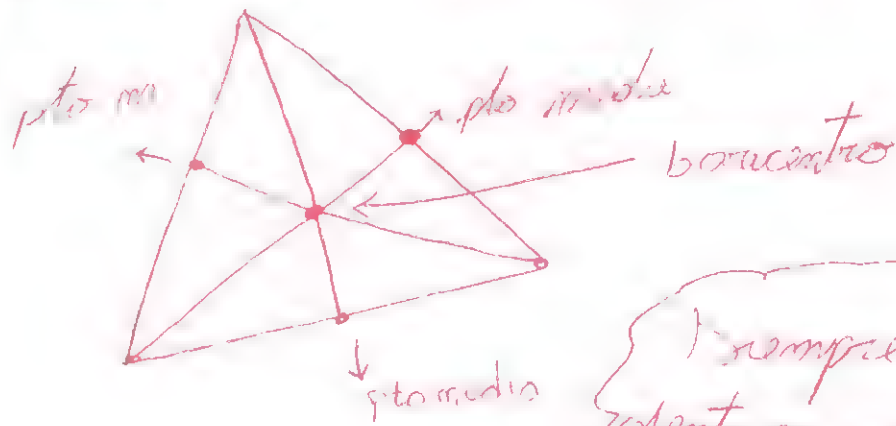
(Método para
 calcular area
 - lo de 40)

27% — 540 minutos

27% — 190m
 100% — x = 703

11,7 horas

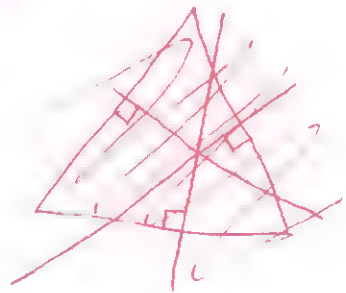
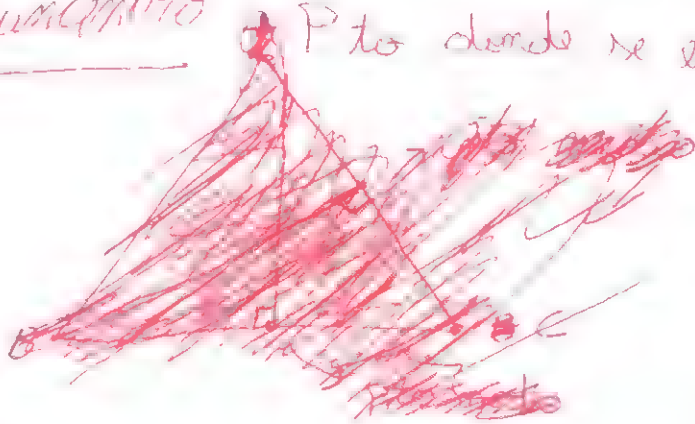
Mediana Recta que pasa por un vértice y por el punto medio del lado opuesto 72



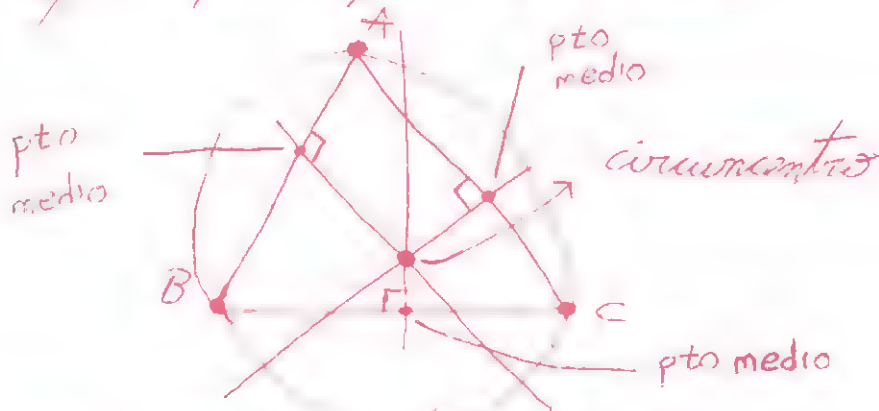
Siempre estará dentro del triángulo

Circuncentro

Pto donde se encuentran las mediatrices



Med Mediatriz Recta perpendicular a los lados que pasa por su centro

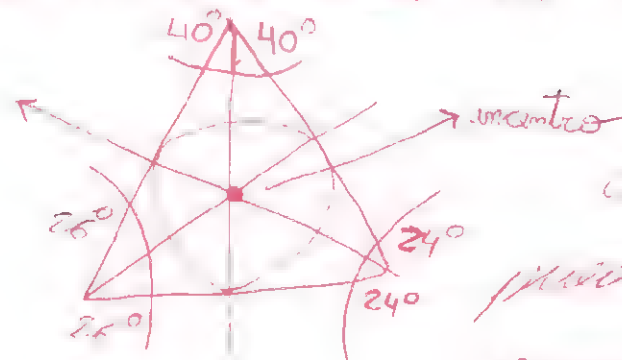


Por un teorema, podemos concluir que el circuncentro está por fuera del triángulo.

Incentro

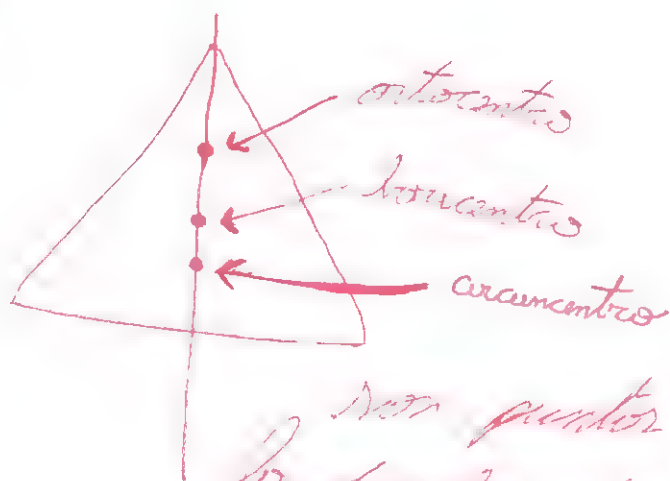
73

Problema de construcción de la Bisección de un Triángulo



con un compás
puedo formar la
circunferencia inscrita

Punto Euler



son puntos colineales
lo demostró Euler, fue
demostrado por Euler en el
año de 1765.

En un triángulo rectángulo, el centro es en el ángulo recto, y el circuncentro es el centro de gravedad.

(18) Construye un triángulo obtusángulo escaleno tal que $\alpha = 140^\circ$. En el mismo folio lo recto lo circuncentro y lo centro de gravedad.



HACER

Homotecia y los circuncentros de los triángulos

(19) Sigue lo que se ve en el video ???

• La región de homotecia de mayor que cada uno de los triángulos se denomina (directa interna)

• La región de homotecia de menor que cada uno de los triángulos se denomina (interna directa)

• La composición de homotecias del mismo centro es una homotecia del mismo centro cuya región de homotecia es la región de homotecia de la composición.

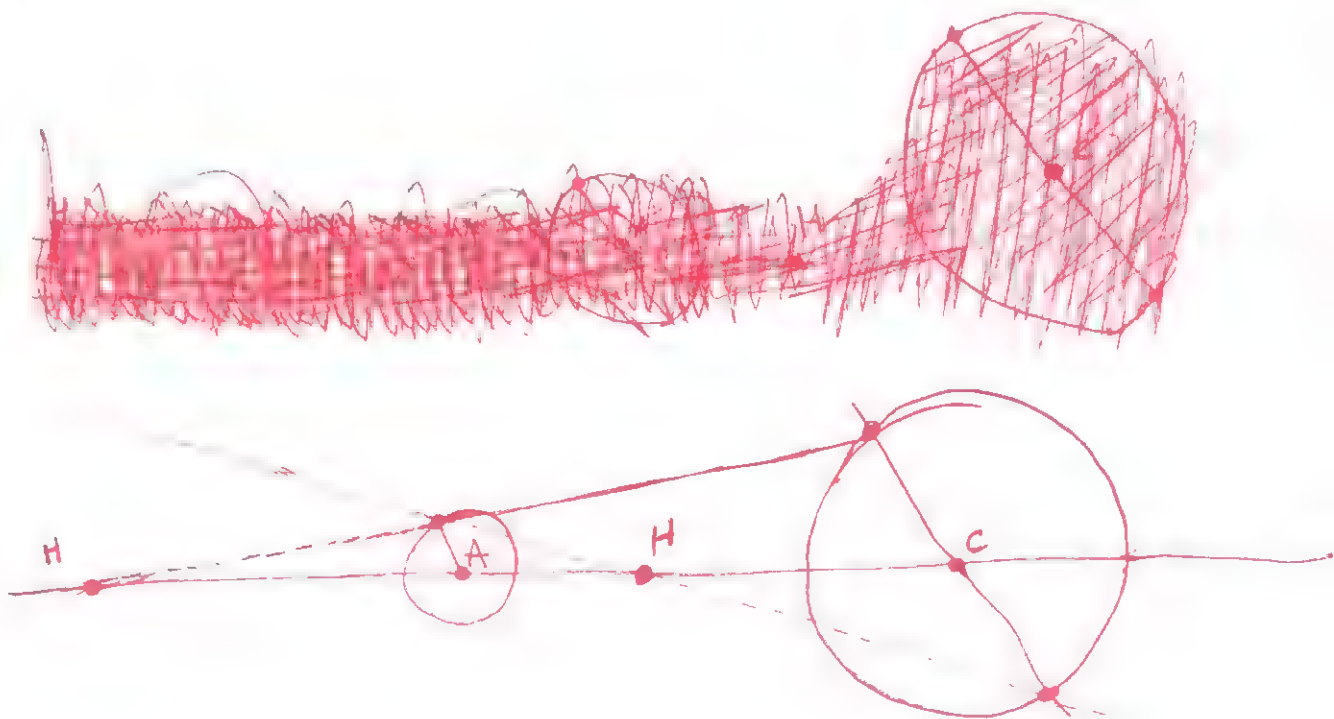
a) región de homotecia b) el producto de los centros

c) región de homotecia d) el producto de los triángulos

la expresión de homotecia del mismo centro 75
y otro homotecio del mismo centro con razón de ho-
motecia es el producto de los razones.

(20) Indicor verdadero-falso

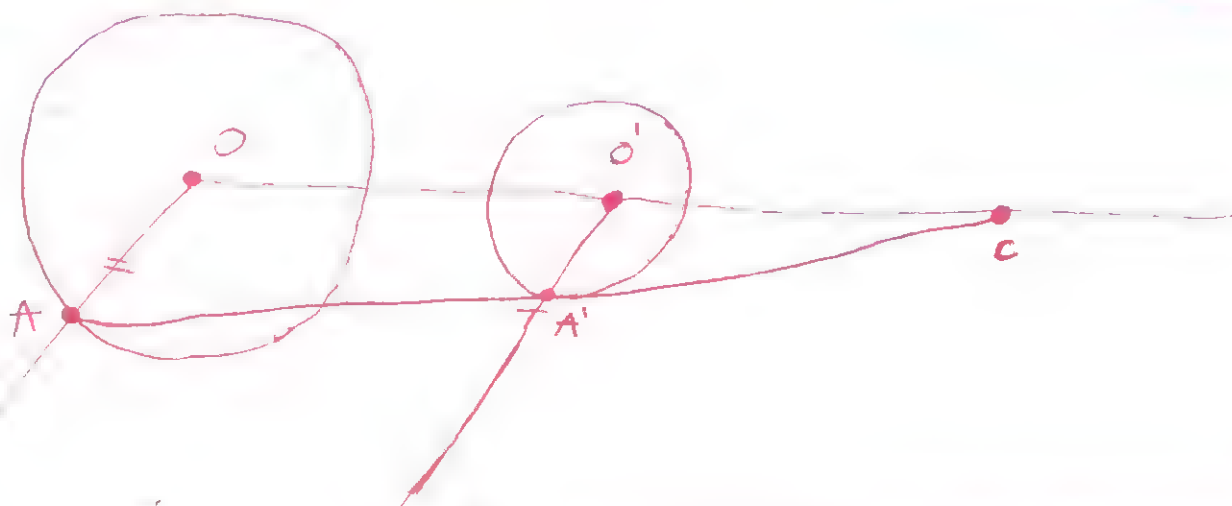
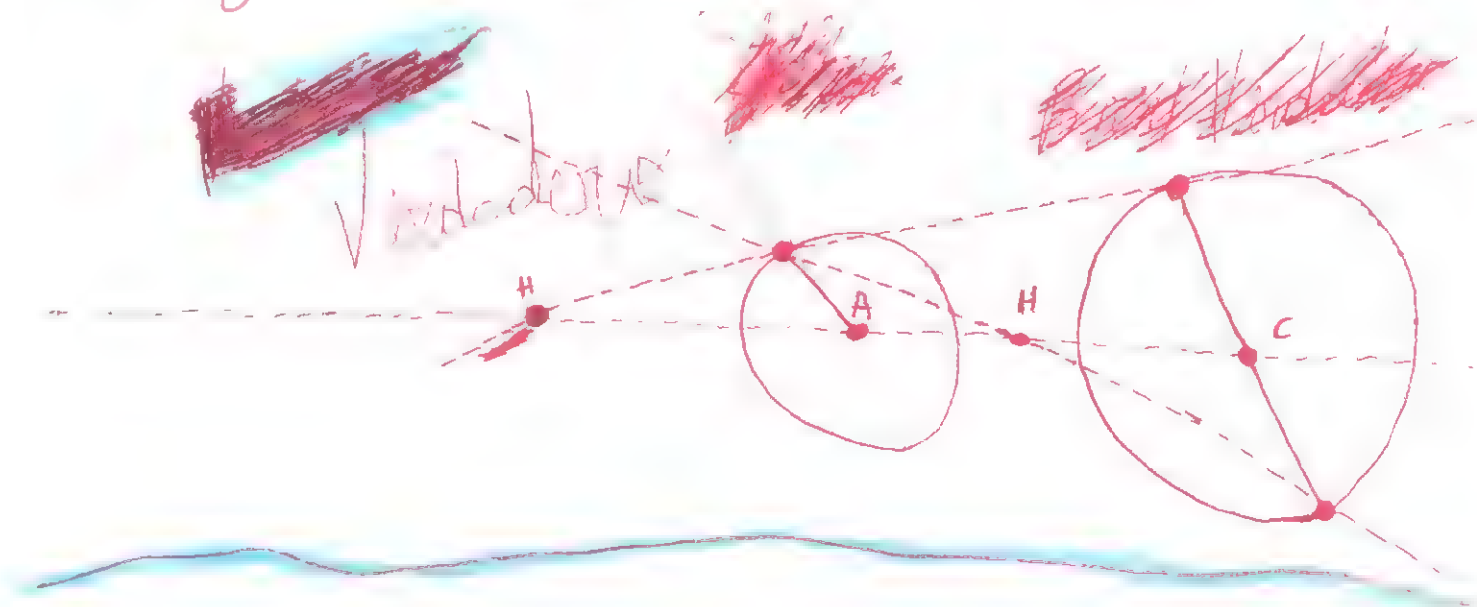
Los centros de homotecia de los dos circunferencias $C(A, r)$
y $C(C, r')$ están correctamente construidos



(20) Indicar: verdadero, falso

151

Los centros de homotecia de las dos circunferencias $C(A,r)$ y $C(C,r')$ están correctamente construidos.



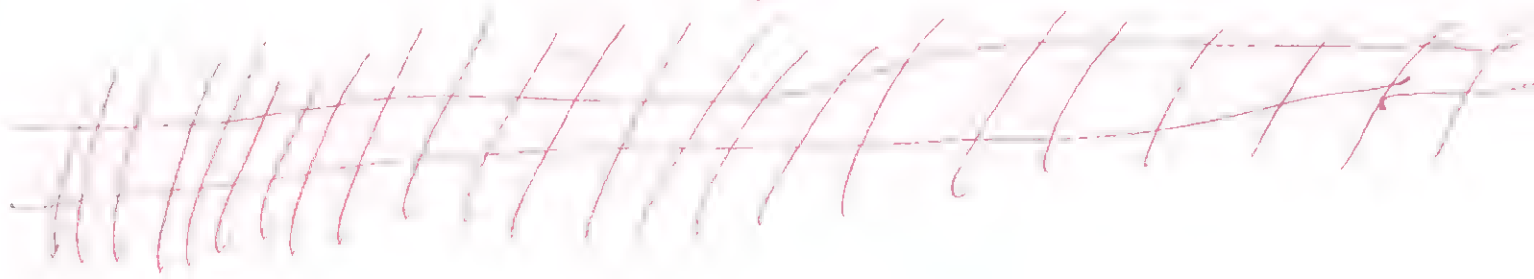
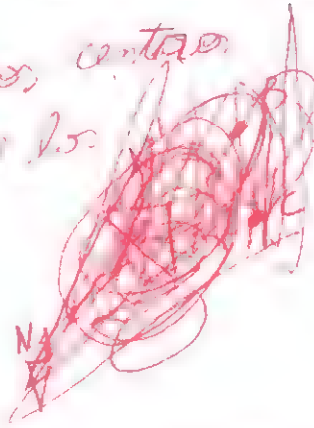
(21) Dadas las siguientes circunferencias, hallar los centros y razones de homotecia.

a $C_1(O_1, 3 \text{ cm})$, $C_2(O_2, 2 \text{ cm})$, $d = 7 \text{ cm}$

21

 $C1(01, 3\text{ cm}), C2(02, 2\text{ cm}), d=7\text{ cm}$ 

Si dos circunferencias no son concéntricas por [78]
 simétricas respecto de dos centros de simetría
 ordenados separados por los centros de las
 circunferencias



Q. Under the big assumption, make for center of mass of the formation

(2) $C_1(O_1, 3 \text{ cm}), C_2(O_2, 2 \text{ cm}), d = 7 \text{ cm}$

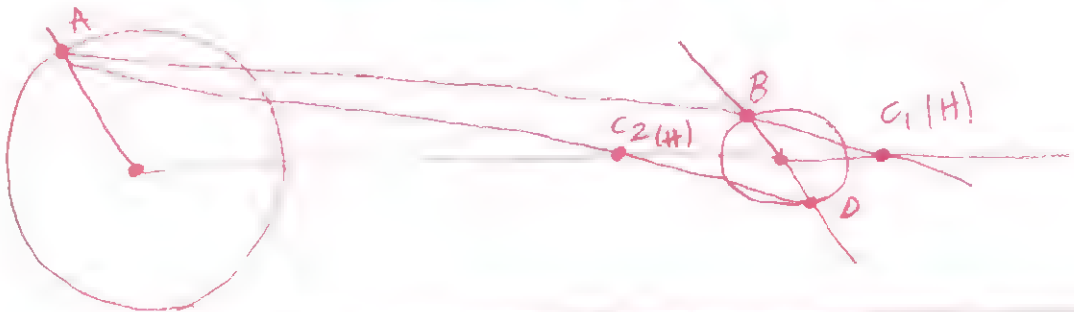
gubi

7 mm mod 9
 $\frac{5}{2}$
 1' de comensal



#

intersection of two homotheties



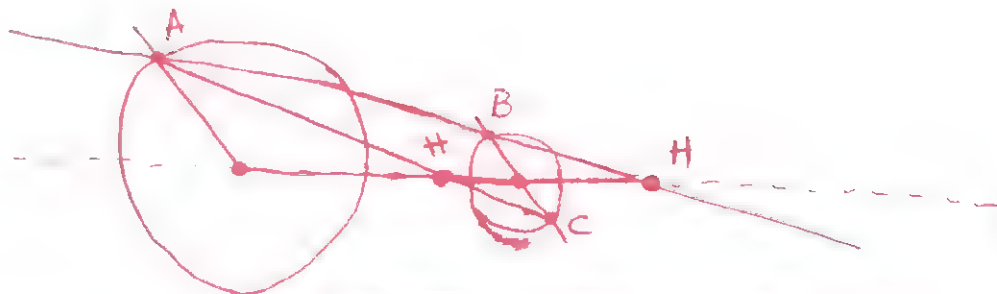
Strongly enough
 soil

Varv
 spewing

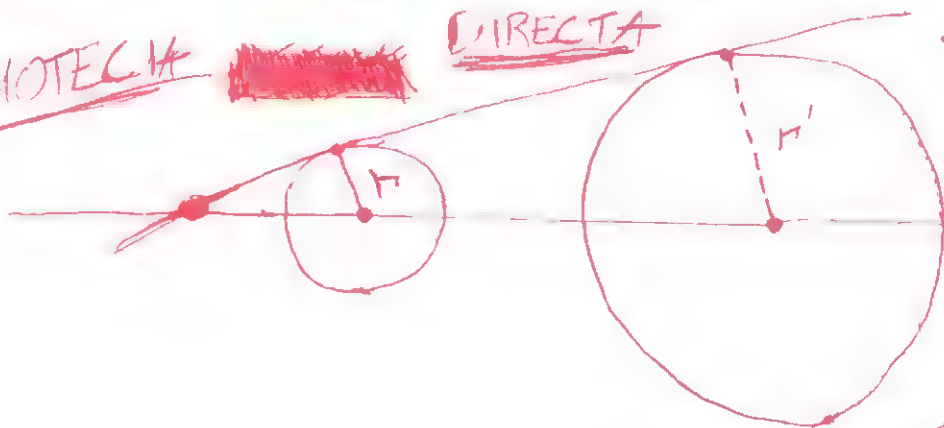
Sprinkled
 polished
 bore

swatches
 crystal underwear

$C_1(0, 3 \text{ cm})$, $C_2(0, 2 \text{ cm})$, $d = 7 \text{ cm}$

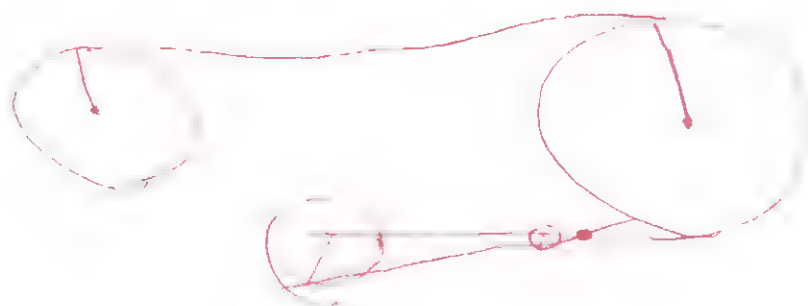
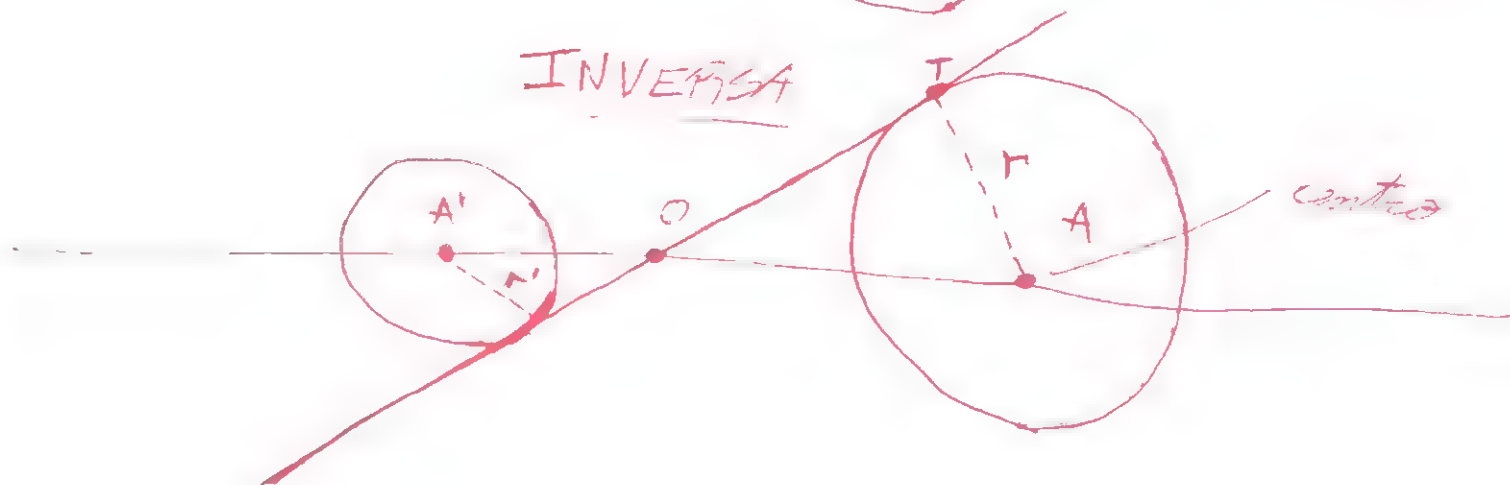


HOMOTECIA ~~RECTA~~ DIRECTA



← recta tangente
se lo prolongamos
se unen con el
centro de homotecia

INVERSA



a) $C_1(O_1, 3\text{ cm})$, $C_2(O_2, 2\text{ cm})$, $d = 7\text{ cm}$

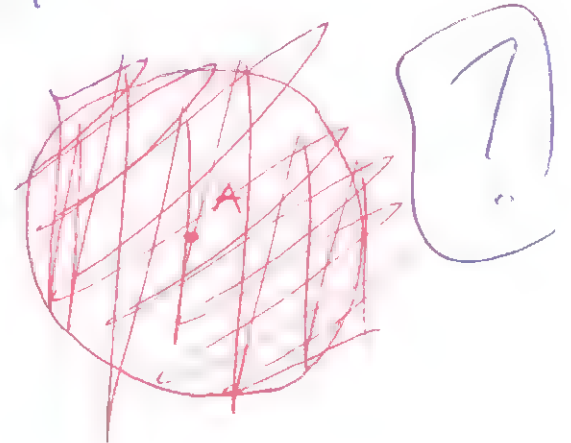
81

Mol

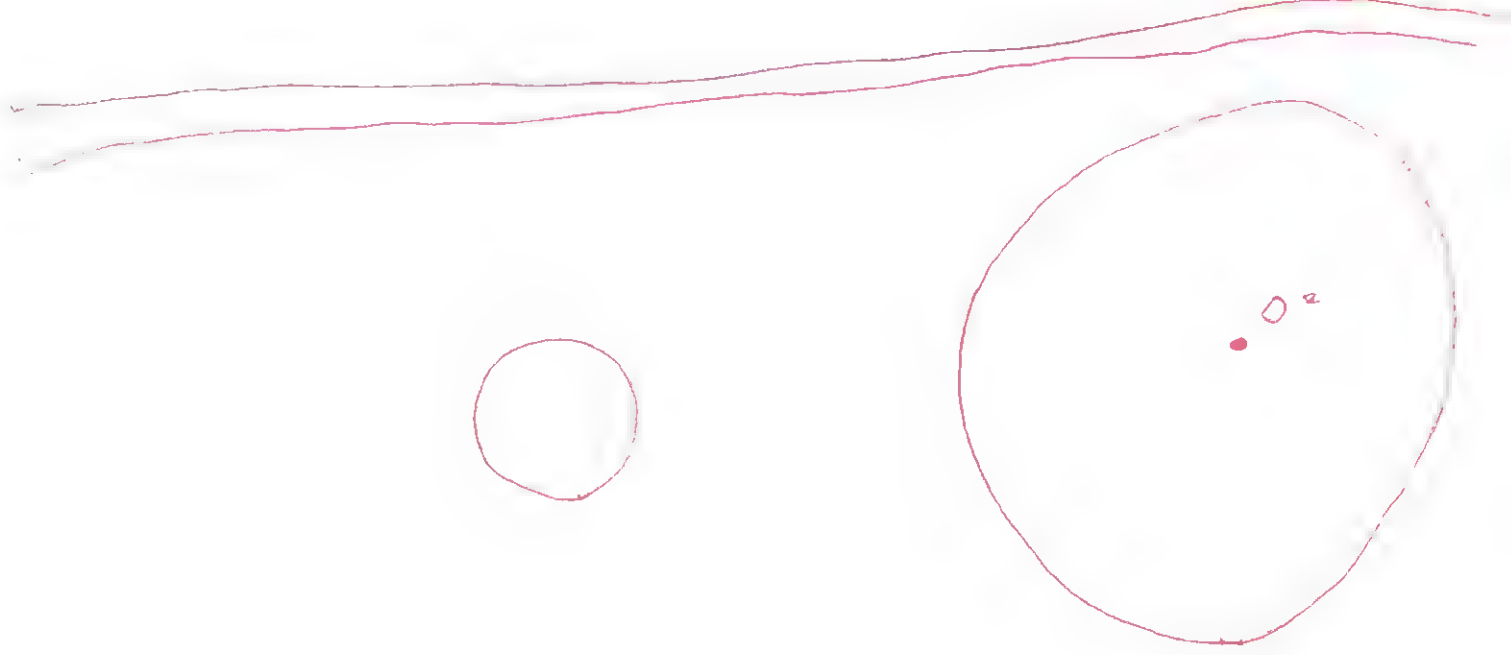
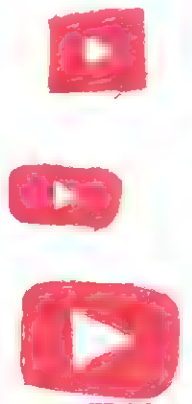
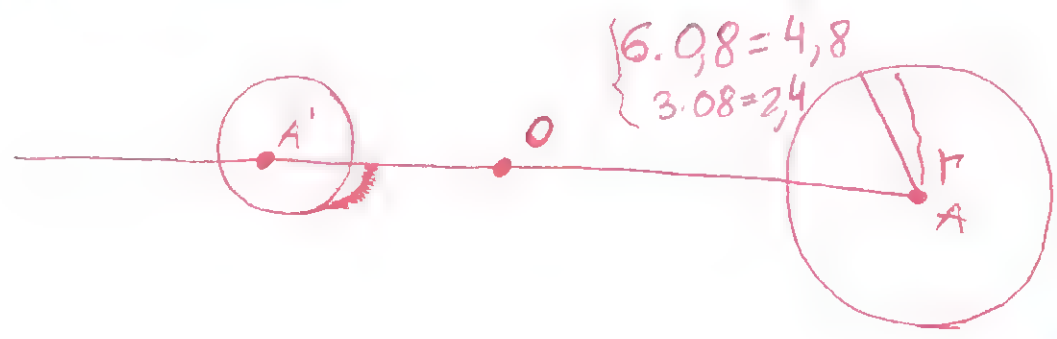


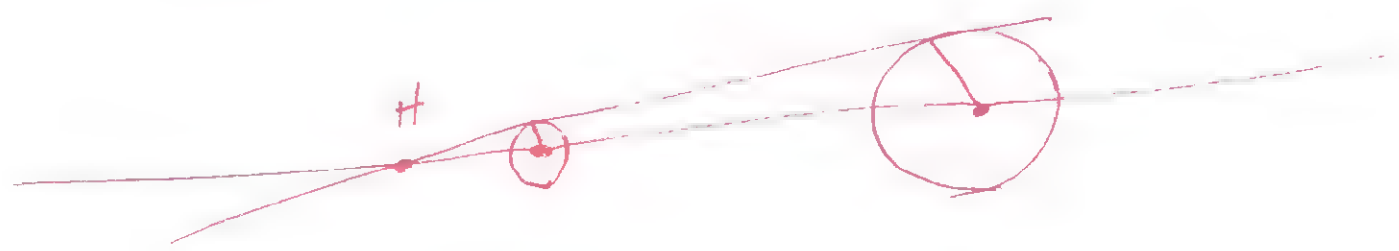
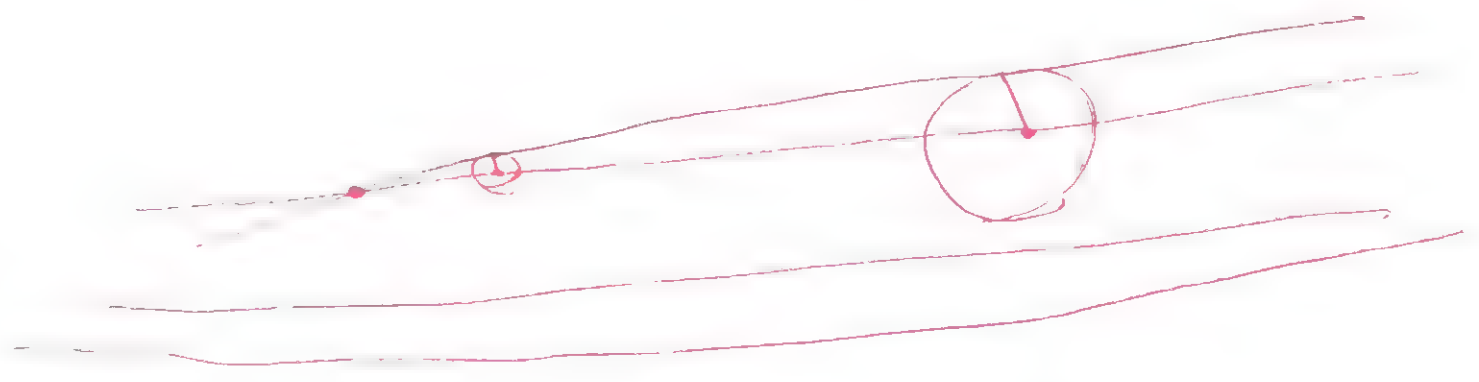
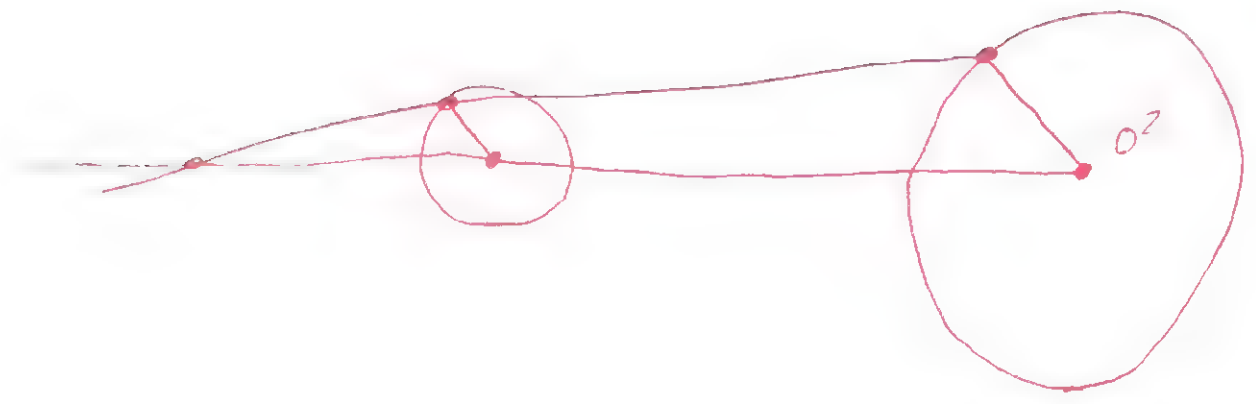
$C_1(O_1, 3\text{ cm})$, $C_2(O_2, 2\text{ cm})$, $d = 7\text{ cm}$.

Mol



II motus inversa circumferentia

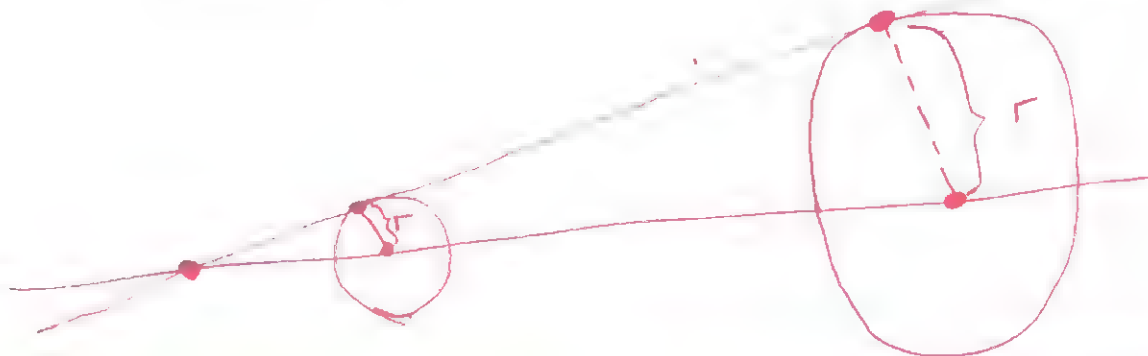
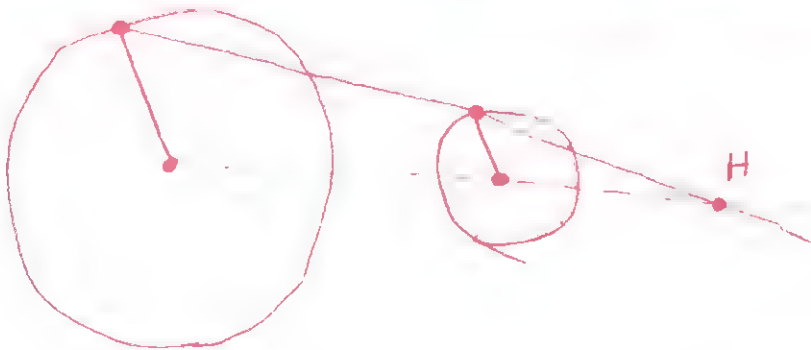




Homotetras inversas no concêntricas

(84)

$$K = -0,8 \quad ; \quad 6 \cdot 0,8 = 4,8 ; 3 \cdot 0,8 = 2,4$$

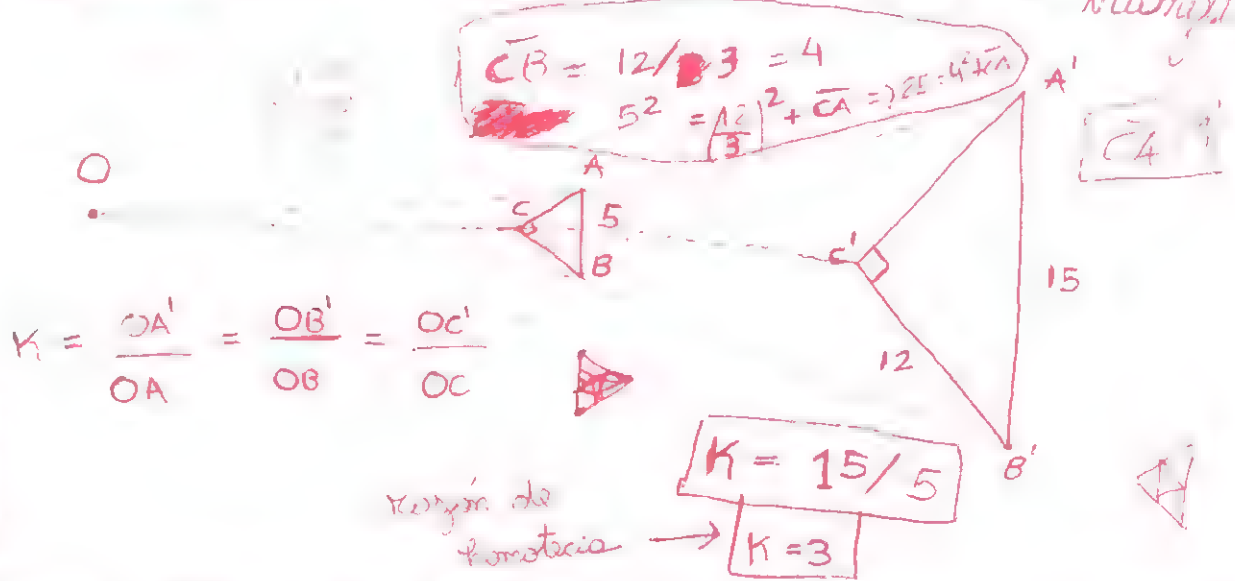


$C1 (01,3 \text{ cm.})$, $C2 (02,2 \text{ cm.})$, $d = 7$

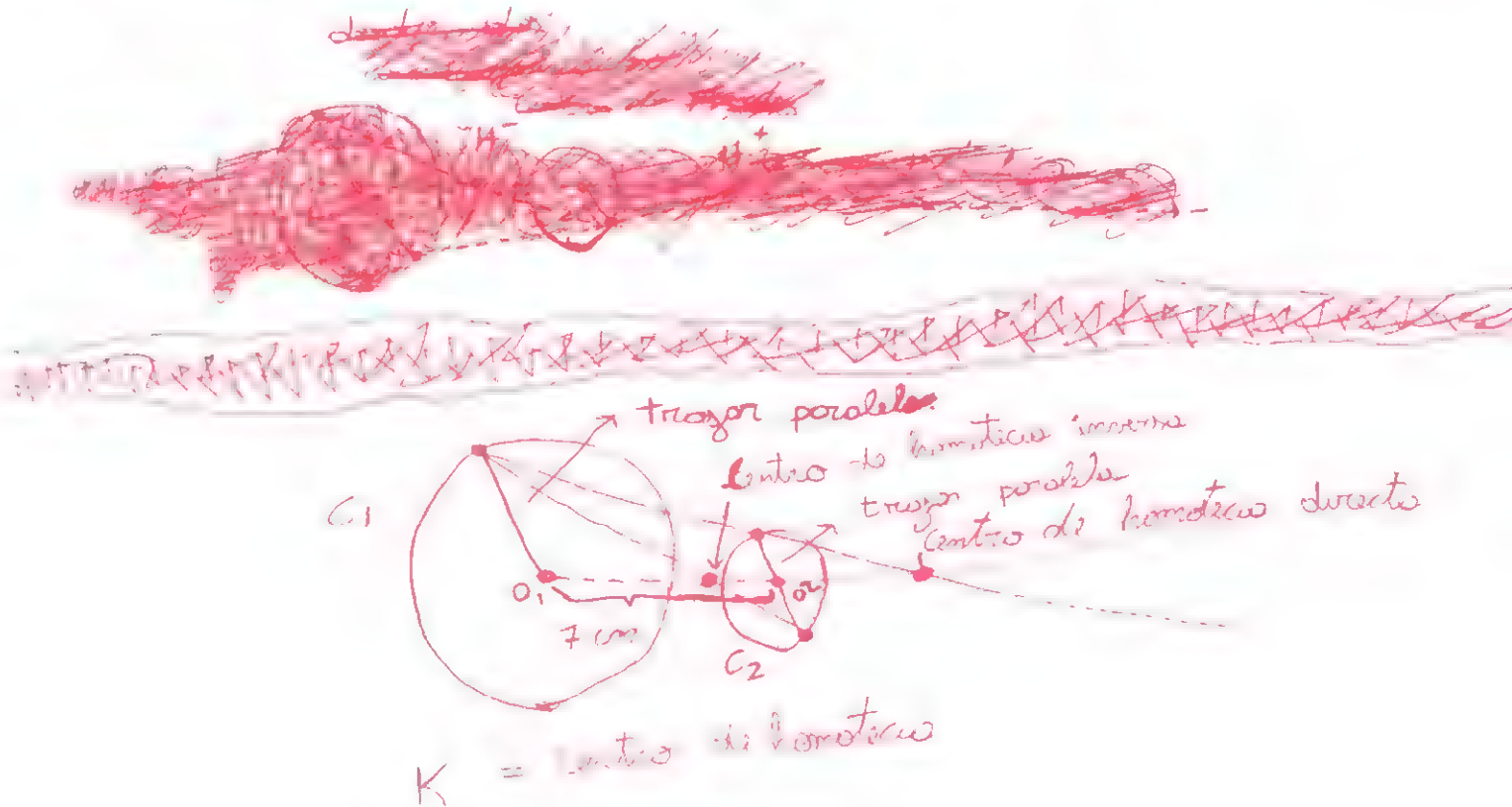
Homotetras Diretas.



10) Dadas las razones de homotecia entre $\triangle ABC$ y $\triangle A'B'C'$. Además, calcule las dimensiones de los triángulos.

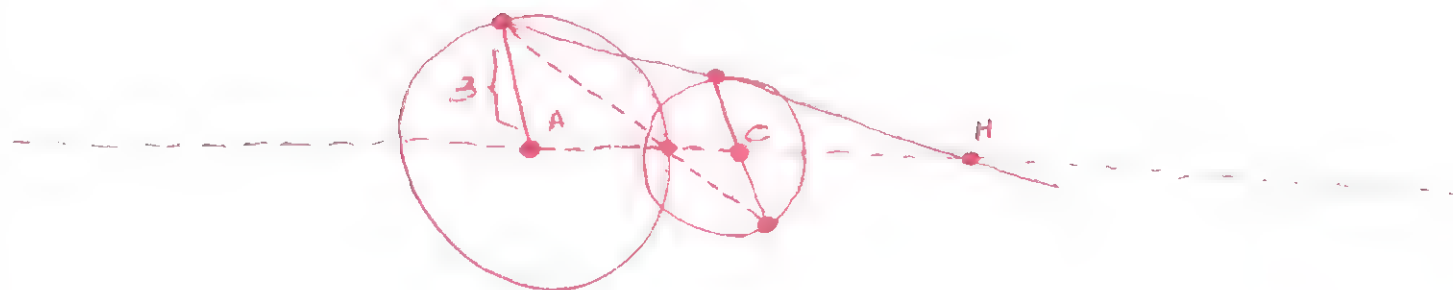


21. Entre las siguientes circunferencias, halla los centros y razones de homotecia $C_1(0, 3\text{ cm})$, $C_2(0, 2\text{ cm})$, $d = 7\text{ cm}$.

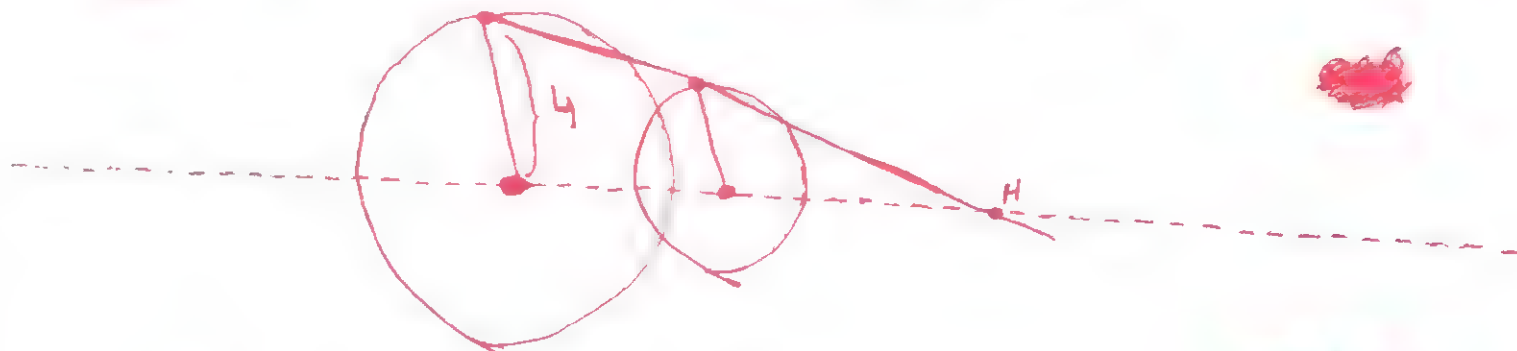


(21)

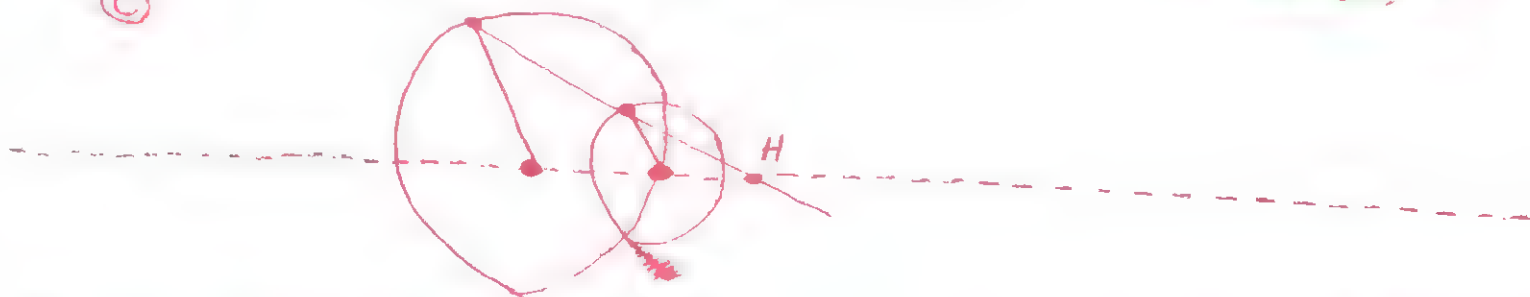
a) $C_1(O_1, 3 \text{ cm})$, $C_2(O_2, 2 \text{ cm})$, $d = 7 \text{ cm}$.



b) $C_1(O_1, 4 \text{ cm})$, $C_2(O_2, 2 \text{ cm})$, $d = 3 \text{ cm}$



c) $C_1(O_1, 5 \text{ cm})$, $C_2(O_2, 2 \text{ cm})$, $d = 1 \text{ cm}$

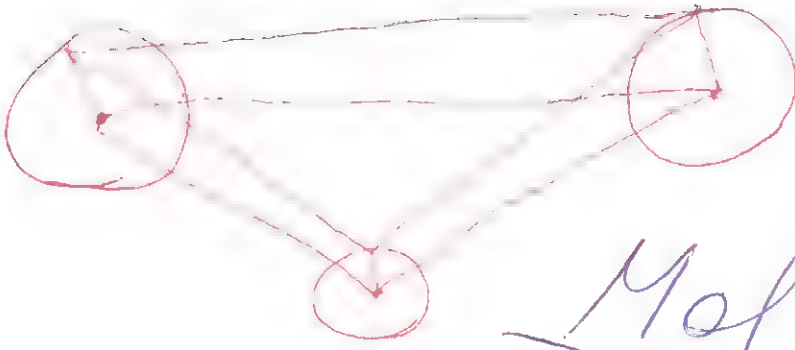


22) Construye: a) Tres circunferencias cuyos centros sean 1, 2 y 3 colineales, y sus radios de diferente magnitud.

b) Halla los centros de homotecia de razones positivas y negativas, dos a dos.

c) Analiza cuál es la posición relativa de cada uno de los centros de razón positiva, respecto de los otros dos, y cuál respecto de los de razón negativa.

(a)

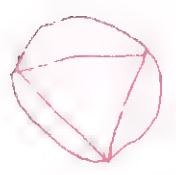


Mol

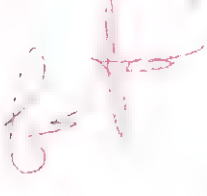
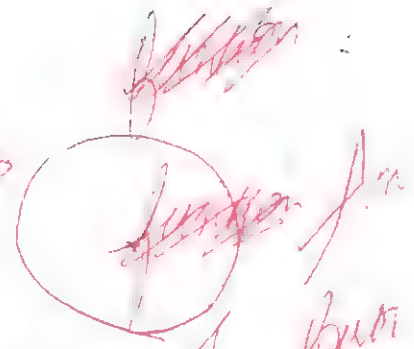


Mol





~~Diagram~~



Look

Imitation

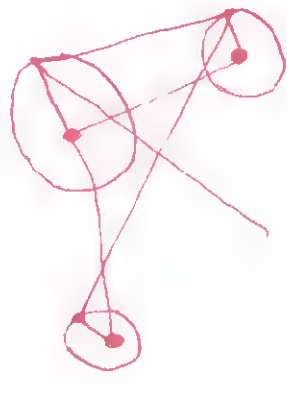


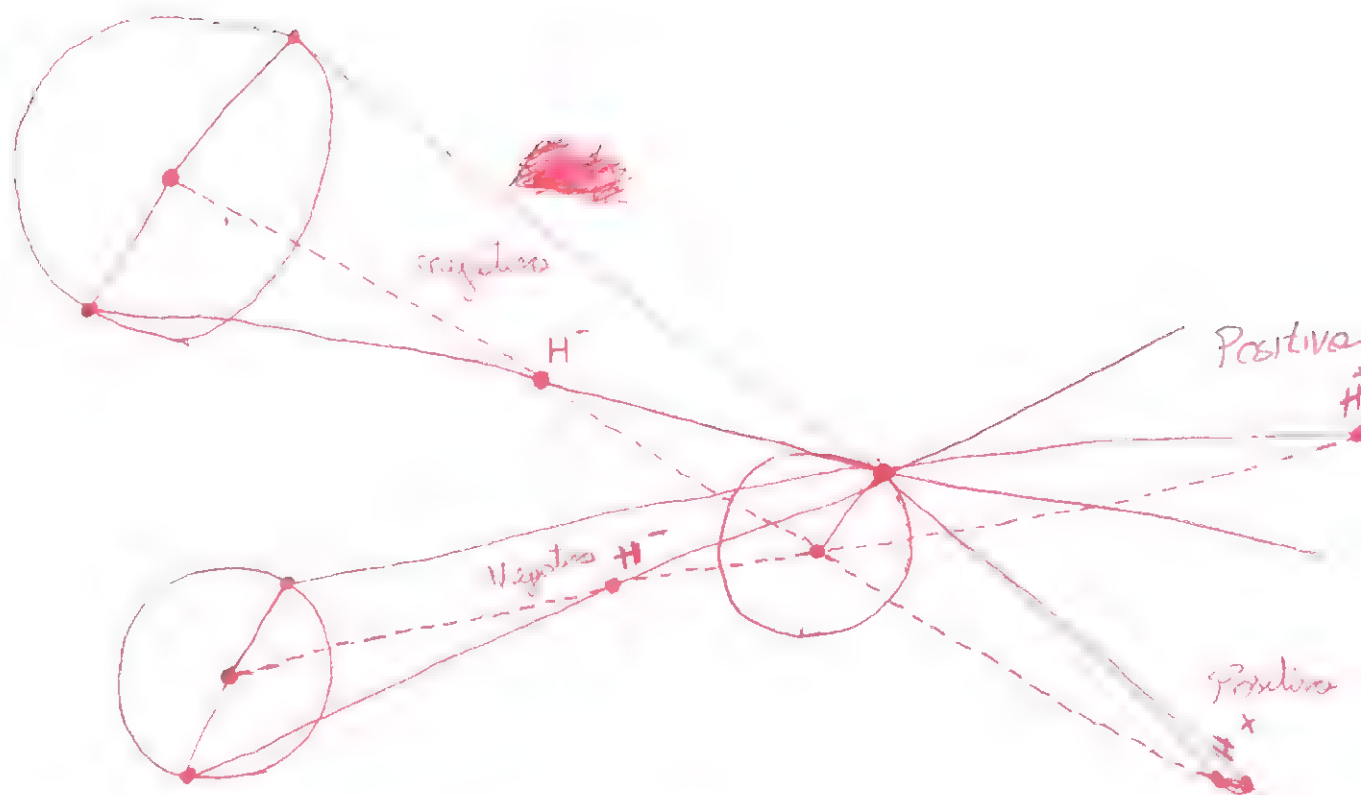
Look

Look



mol





Definición: La potencia relativa de un punto P de la recta de los segmentos rectos, respecto de la de un círculo.

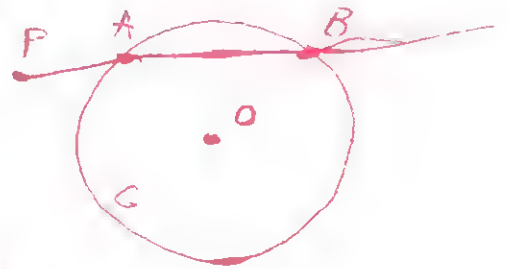


potencia de un punto respecto de una
circunferencia

(23) Indicar verdadero o falso

La potencia de un punto P respecto de una circunferencia es el mismo de los segmentos de la recta de los segmentos rectos y la de intersección de la

Mediante tangentes por el punto P con la circunferencia C .
 A y B .



Se llama potencia de un punto P respecto de una circunferencia C a la suma de los segmentos determinados por dicho punto y las intersecciones de una secante tangente por el punto P con la circunferencia.

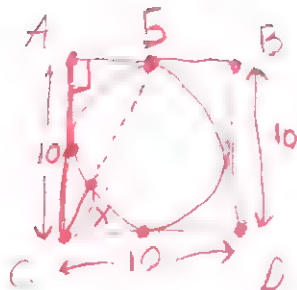
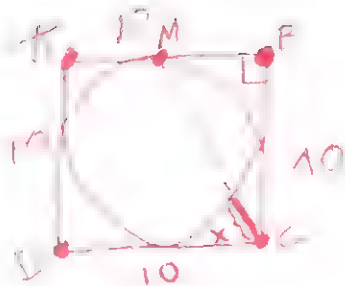
potencia



POTENCIA DE UN PTO RESPECTO A UNA CIRCUNFERENCIA

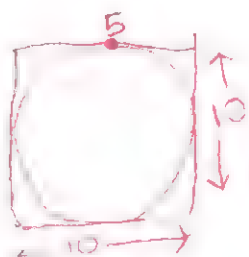
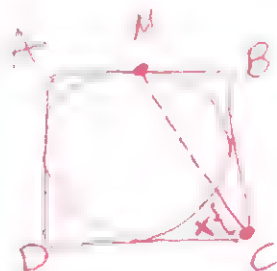
El producto constante (con su signo) de las distancias de un punto P a las dos intersecciones de toda secante que pase por P a una circunferencia, se llama potencia del punto respecto de la circunferencia. $PA \cdot PB = PC \cdot PD = K$.

Ej. 4 Un cuadrilátero $ABCD$ de lados 10 tiene un círculo inscrito en él. Sea M el punto medio de AB . Encuentra la longitud de la parte del segmento MC que se encuentra fuera del círculo.



Propiedad de los cuadrilateros circunscritos:

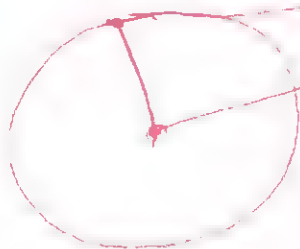
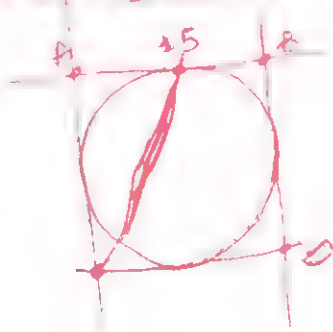
"En todo cuadrilatero circunscrito a una circunferencia, la suma de los lados opuestos son iguales"



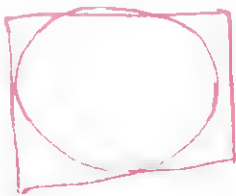
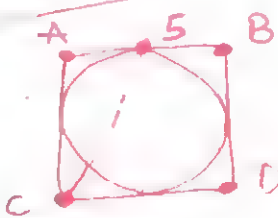
$$C^2 = 10^2 + 5^2$$

$$C = \sqrt{125}$$

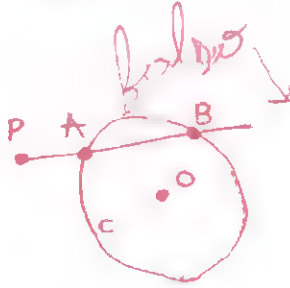
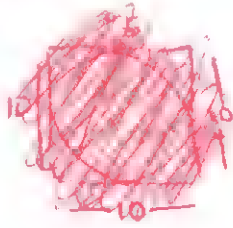
$$C = 11.1803$$



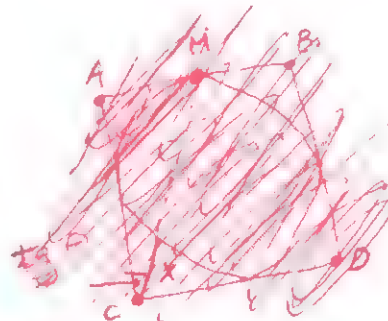
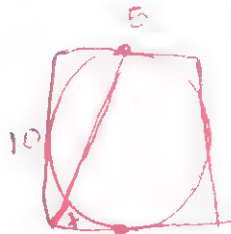
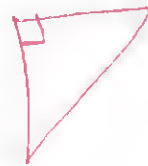
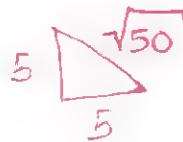
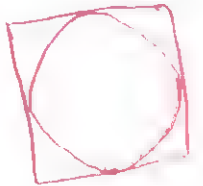
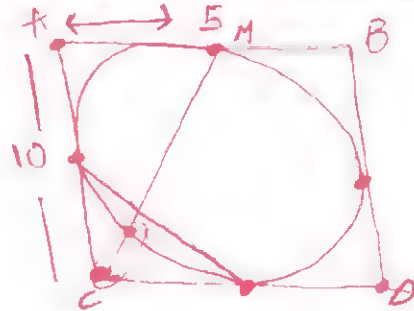
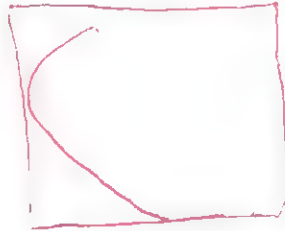
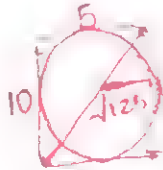
(24)

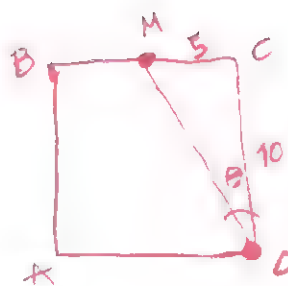


[24] Un cuadrado ABCD de lado 10 tiene un círculo inscrito en él. Sea M el punto medio AB'. Encuentre la longitud de la parte del segmento MC que se encuentra fuera del círculo.



Sea P un punto llamado potencia respecto de una circunferencia. La potencia de un punto P respecto de una circunferencia es el producto de las longitudes de los segmentos determinados por dicho punto y las de intersección de una secante trazada por el pto P con la circunferencia A y B.





Se tiene un cuadrado $ABCD$, el punto M es punto medio del lado BC , hallar lo θ

$$AB = BC = CD = AD$$

Como es un cuadrado las longitudes de los lados o aristas son idénticas.

Se conoce que el punto M se encuentra en la mitad del segmento BC , por lo que el segmento MC es la mitad del lado BC .

$$MC = BC/2$$

La función tangente del ángulo (θ) que en este caso se denota.

$$\text{tg } \theta = \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{cateto adyacente}}$$

Para el ángulo (θ) las magnitudes de los catetos son

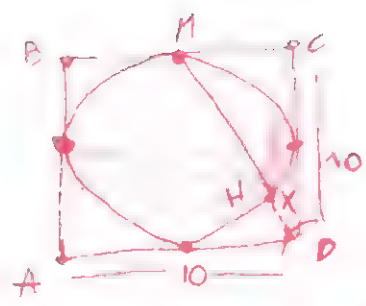
$$CO = MC$$

$$CA = CD$$

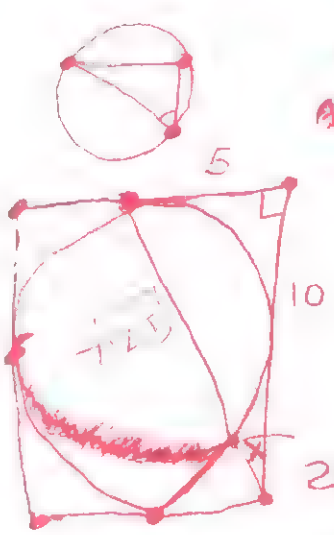
$$\text{Pero } CD = BC$$

$$\text{tg } \theta = \frac{BC}{\frac{BC}{2}} \Rightarrow \text{tg } \theta = \frac{BC}{2BC} = \frac{1}{2}$$

$$\text{tg } \theta = \frac{1}{2} \Rightarrow \theta = 0.5$$



Quero saber o ponto que pertence a \overline{DH}



~~AD = 5~~
~~AD = 5~~

$HD = 100$

$\overline{MC} - \overline{HD}$, como calcular \overline{HD} ?

$\sqrt{125}$

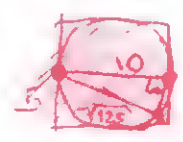
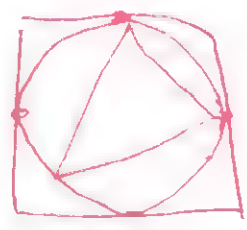
$\overline{HD} = \sqrt{100}$

$\tan \theta = \frac{5}{10} \Rightarrow \tan \theta = \frac{1}{2}$

$\theta = 26,56$

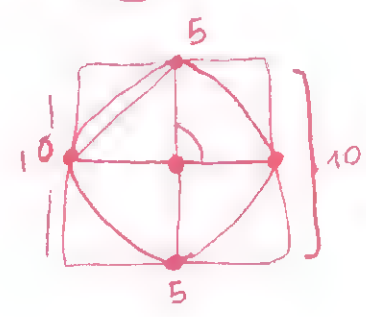
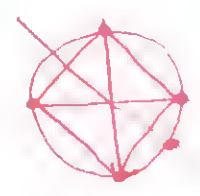
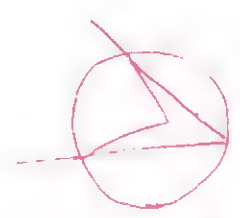


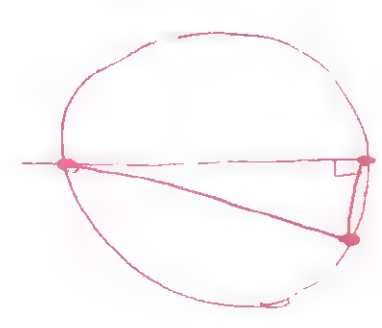
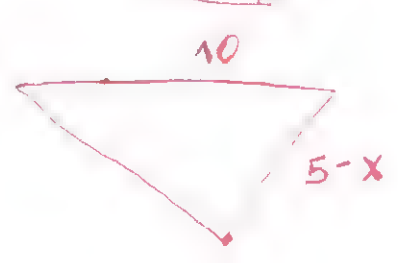
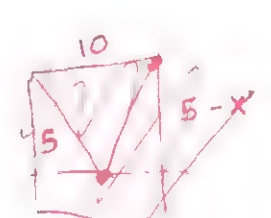
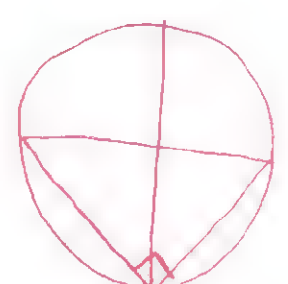
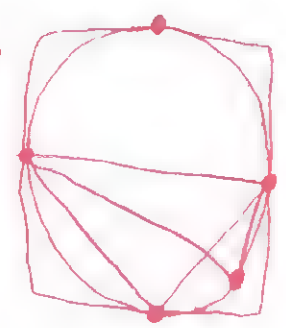
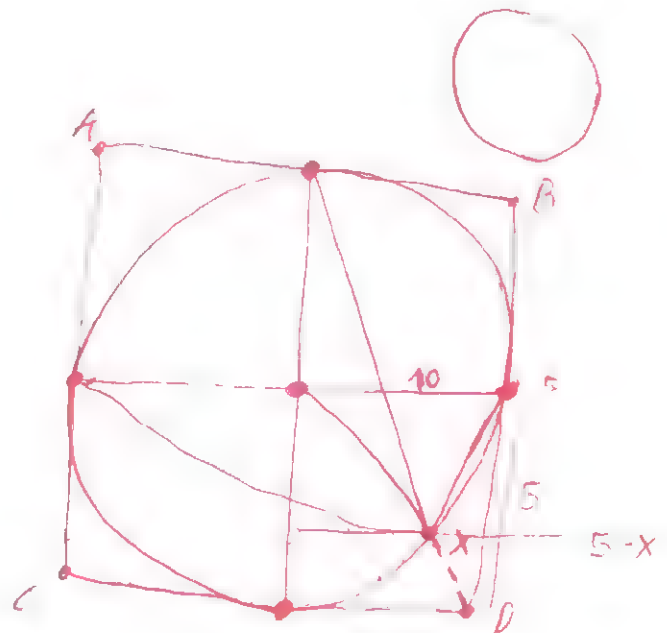
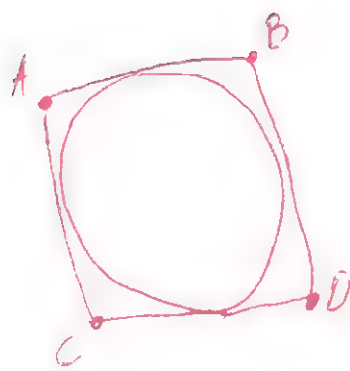
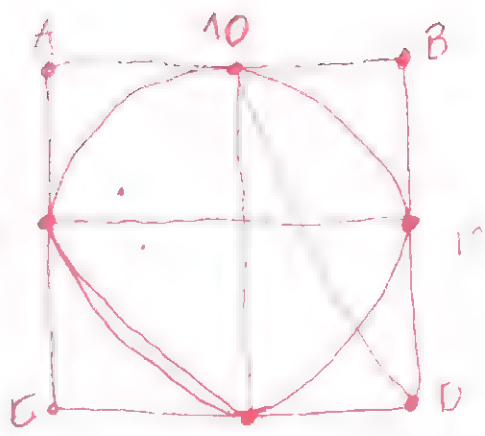
$\overline{MD} = \sqrt{125}$
 $\overline{CD} = 10$
 $\overline{MC} = 5$



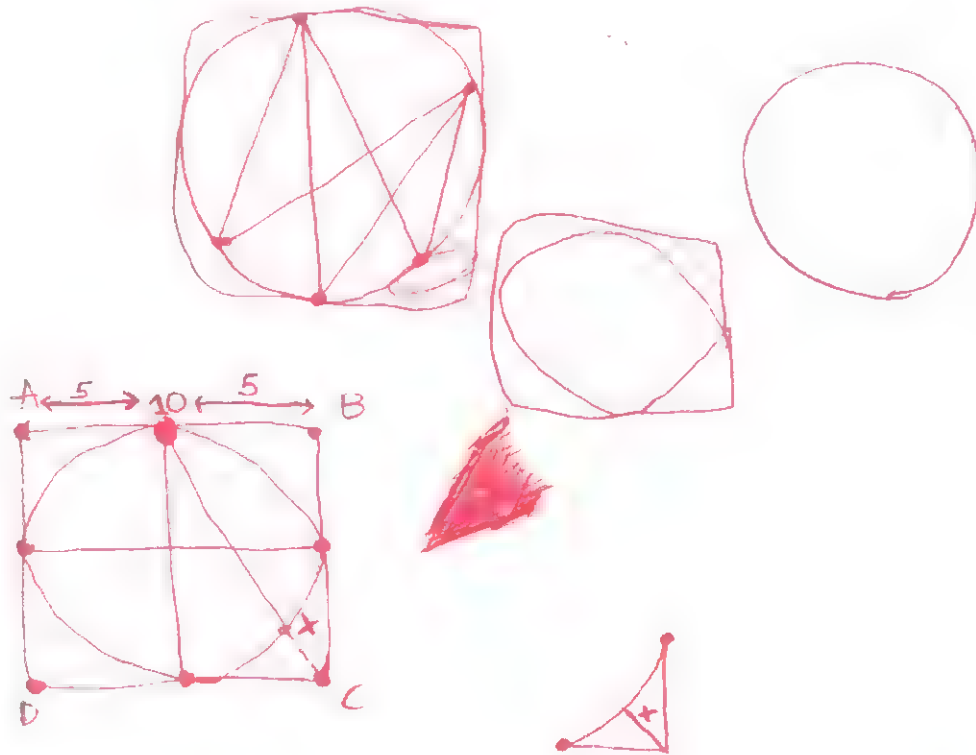
~~AD = 5~~

SEN





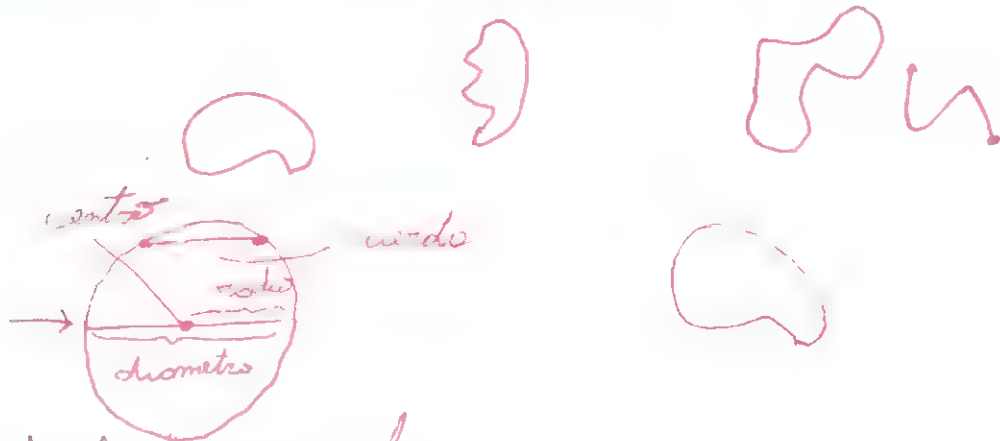
(24) Encuentra la longitud de la parte del seg. 47.
 HC que se encuentra fuera del círculo.



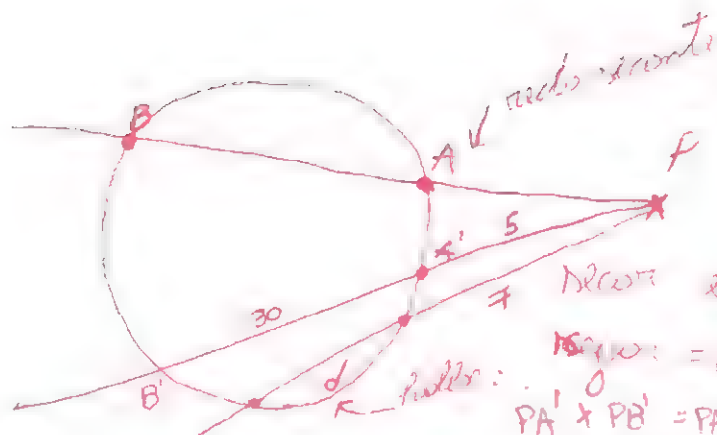
medida < 5 =

$$\frac{|nUS - nVW|}{2}$$

Trasladar hacia la parte del centro C



Todas las ptes. de la
 circunferencia siempre están a la
 misma distancia del centro



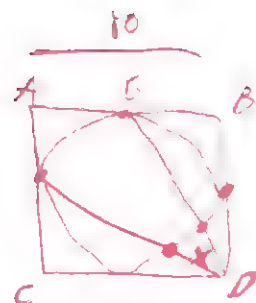
Radio recta = radio recta

$$PA' \times PB' = PA \times PB$$

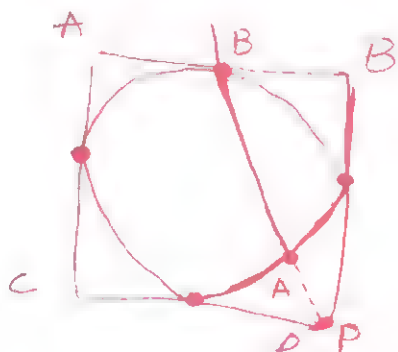
$$5 \cdot 35 = 7 \cdot (7 + x)$$

$$x = 18 \quad d = 18$$

Se recta que sale del punto P ha una sola o no
circunferencia en los puntos



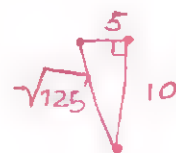
$$\overline{PA} \cdot \overline{PB} = PA' \cdot PB' = K$$



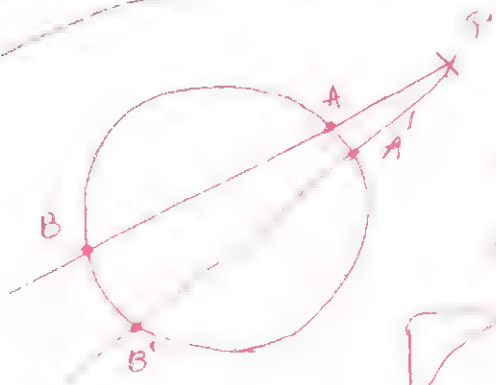
$$\overline{PA} \cdot \overline{PB} = 5 \cdot 10$$

$$PA \cdot \sqrt{125} = 50$$

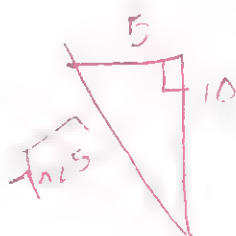
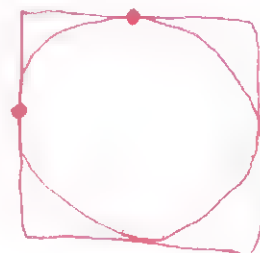
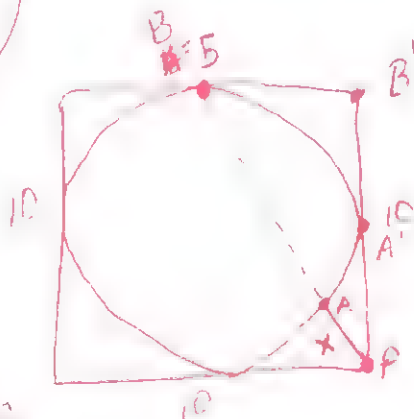
$$PA = \frac{50}{\sqrt{125}}$$



$$\boxed{\overline{PA} = 2\sqrt{5}}$$



$$PA \cdot PB = PA' \cdot PB'$$

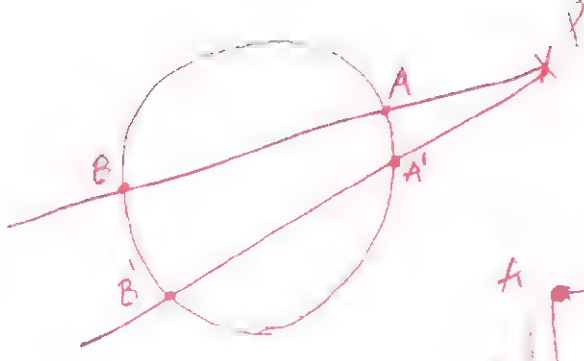


$$PA \cdot PB = 5 \cdot 10$$

$$PA \cdot \sqrt{125} = 5 \cdot 10$$

$$PA = 50 / \sqrt{125}$$

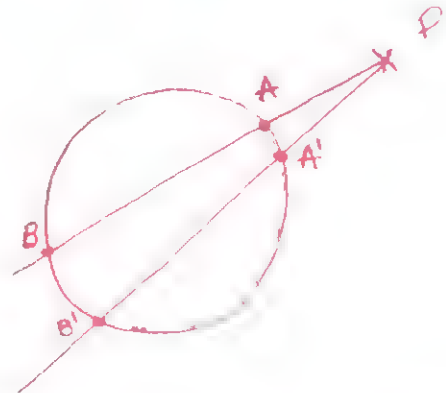
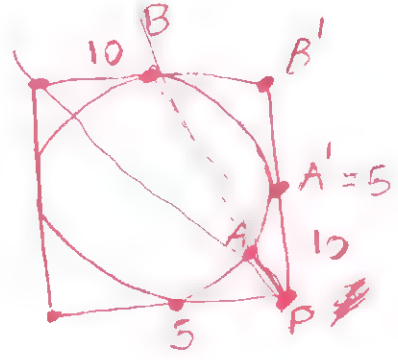
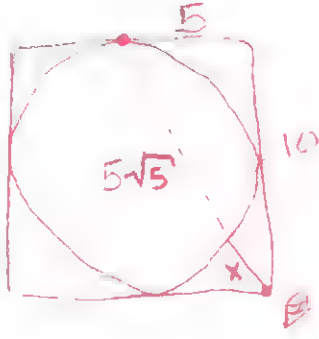
$$\boxed{\overline{PA} = 2\sqrt{5}}$$



$$\overline{PA} \cdot \overline{PB} = \overline{PA'} \cdot \overline{PB'}$$



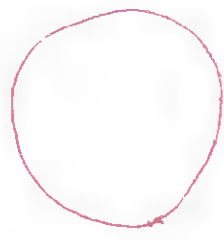
$$\overline{AC} + \overline{BD} = \overline{AC} + \overline{BD}$$

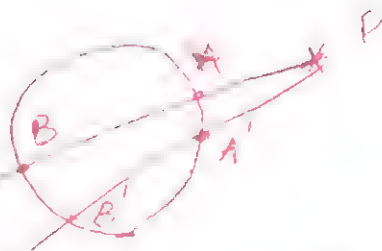


$$\overline{PA} \cdot \overline{PB} = \overline{PA'} \cdot \overline{PB'}$$

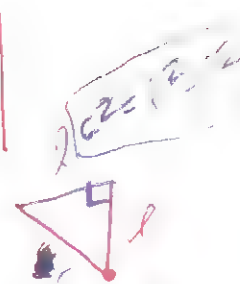
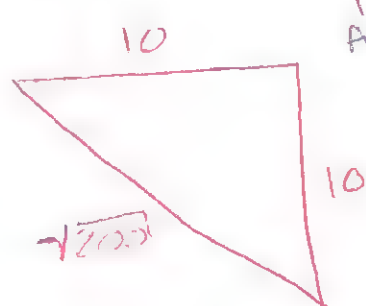
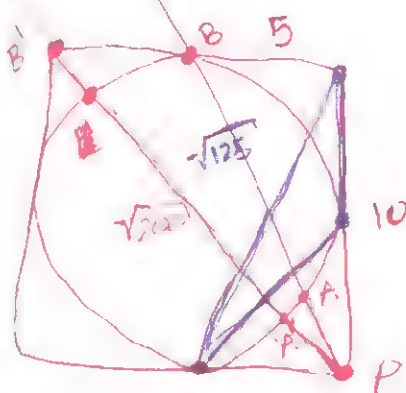
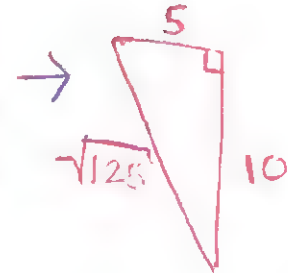
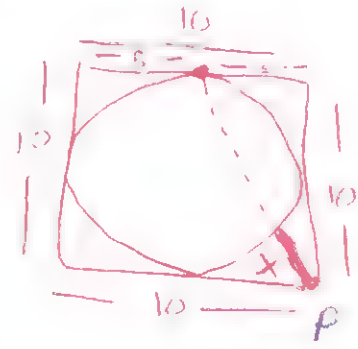
$$\overline{PA} \cdot \sqrt{125} = 5 \cdot 10$$

$$\overline{PA} = \frac{50}{\sqrt{125}}$$





$$PA \cdot PB = PA' \cdot PB'$$



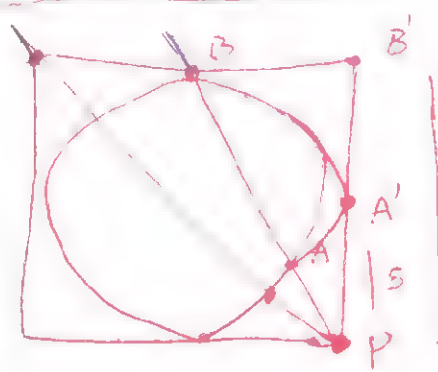
$$\frac{PA}{PA'} = \frac{\sqrt{10}}{4} \cdot 10$$

$$PA \cdot PB = PA' \cdot PB'$$

$$PA \cdot \sqrt{125} = PA' \cdot \sqrt{200}$$

$$\Rightarrow \frac{PA}{PA'} = \frac{\sqrt{10}}{4}$$

$$\Rightarrow PA = \frac{\sqrt{10}}{4} PA'$$

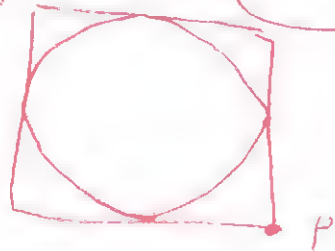


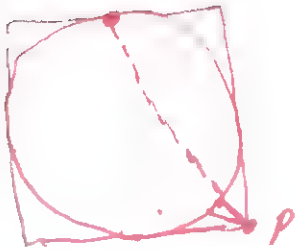
$$PA \cdot PB = PA' \cdot PB'$$

$$PA \cdot \sqrt{125} = 5 \cdot 10$$

$$PA = \frac{50}{\sqrt{125}}$$

$$\begin{cases} PA = \frac{\sqrt{10}}{4} PA' \\ \sqrt{125} = PA + PA' \end{cases}$$





$$f = PA \cdot PA'$$

$$\overline{PA} = d - r$$

$$PA' = d + r$$

$$P = \overline{PA} \cdot \overline{PA'} = (d - r) \cdot (d + r)$$

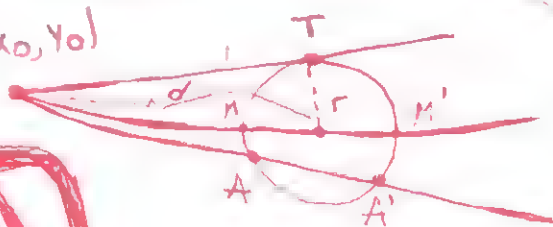
$$\Rightarrow d^2 - r^2$$

$$P(x_0, y_0)$$

POTENCIO



$$P(x_0, y_0)$$

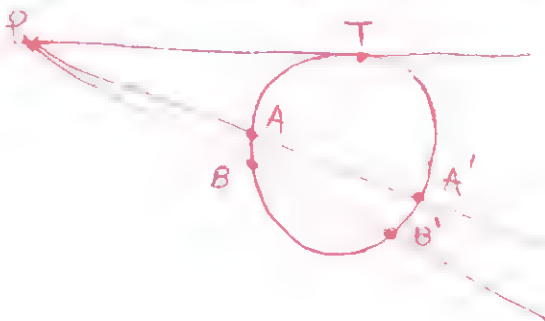


$$d^2 = (x_0 - a)^2 + (y_0 - b)^2$$

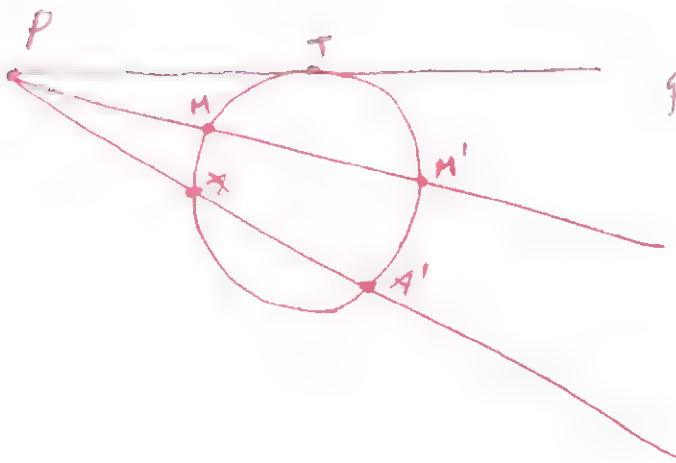


$$P(p) = \overline{PA} \cdot \overline{PA'} = \overline{PM} \cdot \overline{PM'} = P_T^2$$

$$P_T^2 = d^2 - r^2 \Rightarrow P(p) = d^2 - r^2$$

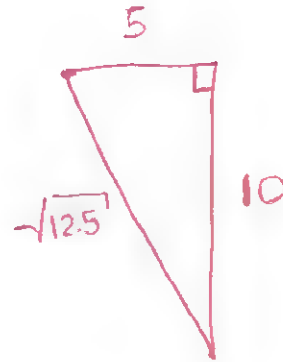
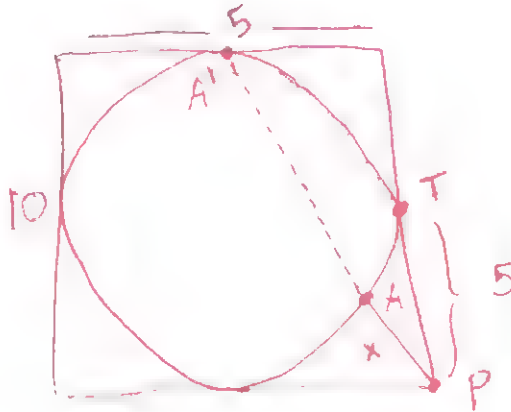


$$PA \cdot PA' = PB \cdot PB' = P_T^2$$



$$P(p) = PM \cdot PM' = PA \cdot PA' = PT^2$$

(4)

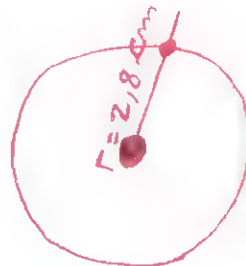
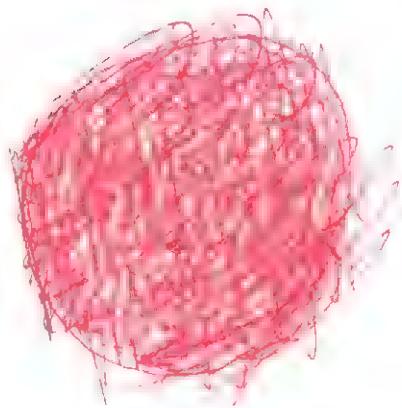


$$P(p) = \overline{PA} \cdot \overline{PA'} = PT^2$$

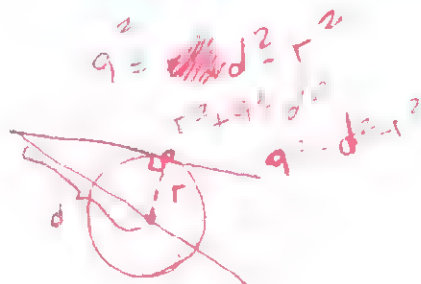
$$\overline{PA} \cdot \sqrt{125} = 25$$

$$\boxed{\overline{PA} = \frac{25}{\sqrt{125}}}$$

(25) Determine el lugar geométrico de todos los puntos del plano que tiene respecto de una circunferencia de $2,8 \text{ cm}$ de radio, una potencia $K = 9 \text{ cm}^2$ y otros de $K = -9 \text{ cm}^2$



$P(x_0, y_0)$



$$r^2 + d^2 = d^2$$



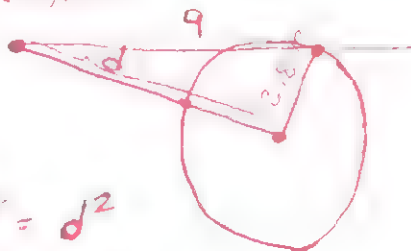
$$P(f) = \overline{PA} \cdot \overline{PA'} = \overline{PB} \cdot \overline{PB'} = \overline{PT}^2$$

$$q = \overline{PA} \cdot \overline{PA'} = \overline{PB} \cdot \overline{PB'} = \overline{PT}^2$$

$$q^2 = d^2 - r^2 \Rightarrow q^2 = d^2 - (2,8 \text{ cm})^2$$

$$\Rightarrow q^2 = d^2 - \frac{196}{25}$$

$P(x_0, y_0)$



$$q^2 + (2,8)^2 = d^2$$

$$81 + \frac{196}{25} = d^2$$

$$\frac{2281}{25} = d^2 \Rightarrow d = 4,425$$

$$\Rightarrow \text{[scribbled out text]}$$

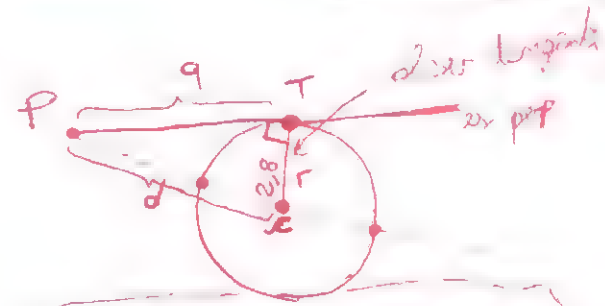
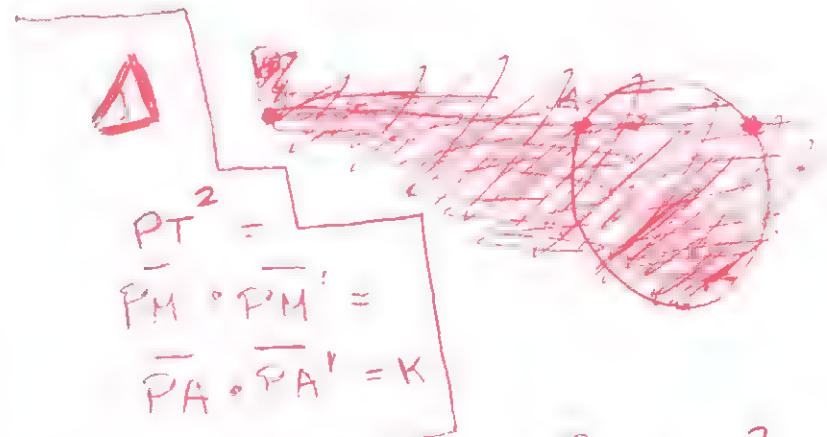
$$\Rightarrow \text{[scribbled out text]}$$

25 Determina el lugar geométrico de todos los pto. del plano que tienen una potencia $K = 9 \text{ cm}^2$ y otro de $K = -9 \text{ cm}^2$ respecto de una circunferencia de $2,8 \text{ cm}$ de radio.

Lugar geométrico Todos los puntos que cumplen con cierta condición.

$$\{ \cancel{\forall} x : x \in P(9) \} = \text{lugar geométrico}$$

similitud entre los dos lugares



d = hipotenusa = distancia al centro de la circunferencia

$$PT^2 = d^2 - r^2 \Rightarrow 9^2 = d^2 - (+2,8 \text{ cm})^2$$

$$\Rightarrow 81 = d^2 - \frac{196}{25}$$

$$P(p) > 0 \rightarrow d > r \rightarrow \text{pto exterior} \Rightarrow$$

$$P(p) = 0 \rightarrow d = r \rightarrow \text{pto pertenece a la circ.} \Rightarrow$$

$$P(p) < 0 \rightarrow d < r \rightarrow \text{pto interior}$$

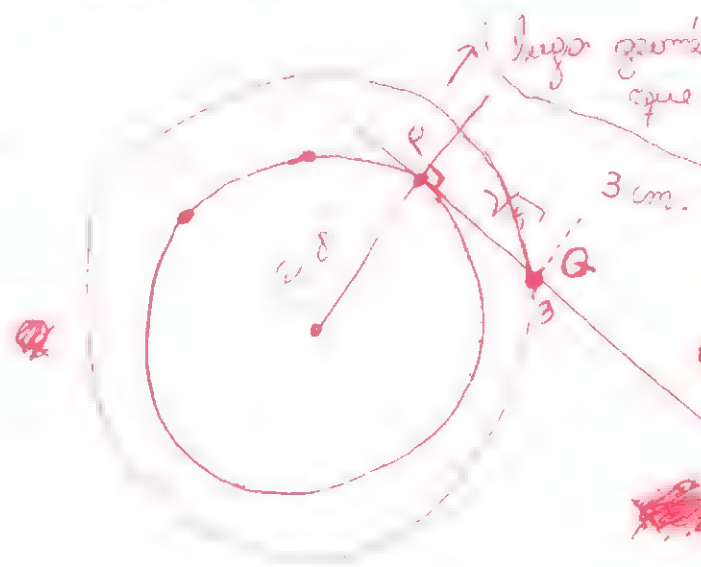
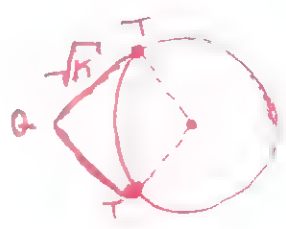
$$\Rightarrow \frac{2221}{25} = d^2$$

$$9 = PT^2 = \overline{PM} \cdot \overline{PM'} = \overline{PA} \cdot \overline{PA'}$$

$$\Rightarrow d = 9,425497354$$

(106) Determina el lugar geométrico de todos los puntos del plano que tiene respecto de una circunferencia de 2,8 cm de radio, una potencia $K = 9 \text{ cm}^2$ y otro $K = -9 \text{ cm}^2$

$K = 9 \text{ cm}^2$
 $\sqrt{K} = 3$

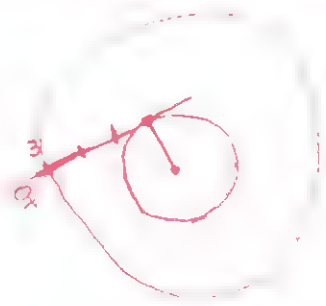


El lugar geométrico de los puntos que están a una potencia de 9 cm^2 respecto a la circunferencia dada

$P = \overline{QT}^2 = 9 \text{ cm}^2$
 $\Rightarrow \overline{QT} = 3 \text{ cm}$

Estamos buscando el lugar geométrico de puntos como el pto. Q cuyo segmento tangente respecto a la circunferencia mide $\sqrt{-K}$. La potencia negativa es segmento al cuadrado al exterior.

El lugar geométrico de los puntos es semejante a Q y Q' que la circunferencia con el mismo C que pasa por Q.



$\sqrt{-1} = i$

$PT^2 =$
 $PA \cdot PA' =$
 $PB \cdot PB' = K$
 $9 = PT^2$
 $\Rightarrow \sqrt{9} = PT$
 $\Rightarrow 3 = PT$

$PT^2 = -9 \text{ cm}^2 \Rightarrow PT = \sqrt{-9} \Rightarrow PT = \sqrt{9}i$
 $\Rightarrow PT = \sqrt{+9 \cdot (-1)} \Rightarrow \boxed{PT = 3i}$

~~El lugar geométrico de los puntos es semejante a Q y Q' que la circunferencia con el mismo C que pasa por Q.~~

a) $|z-3|=1$

b) $|z+2+i|=4 \Rightarrow |z-(-2-i)|=4$

c) $|3z-2i|=6$

d)

e)

$|z-a|=r$

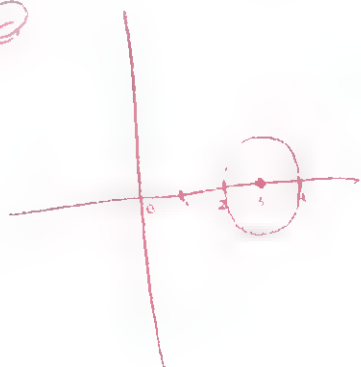
la distancia entre z_1 y z_2

es $|z_1 - z_2|$

$z = x + iy$

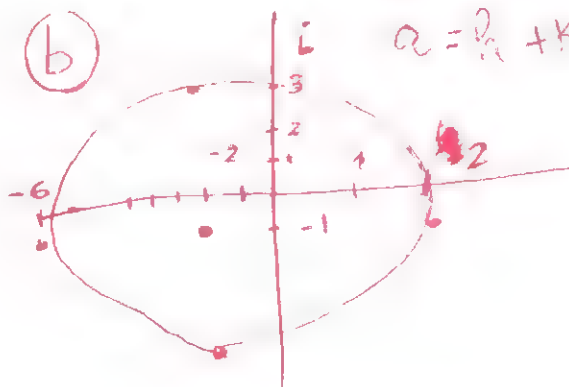
$a = p + ki$

a)



$-b+iy$

b)



$|z|=2 \Rightarrow |z-0|=2$

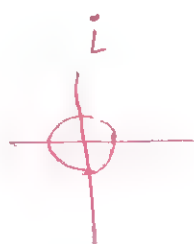
c) $|3z-2i|=6$

$|3(z - \frac{2}{3}i)| = 6$

$|3| \cdot |z - \frac{2}{3}i| = 6$

$|z - \frac{2}{3}i| = \frac{6}{3}$

$|z - 2/3i| = 2$



e) $|z - (1+i)| = -1$

el módulo de un número complejo siempre es un número real positivo por lo tanto el conjunto es \emptyset .

$$|z - (\frac{x}{1-2i})| = 0$$

imaginario = y



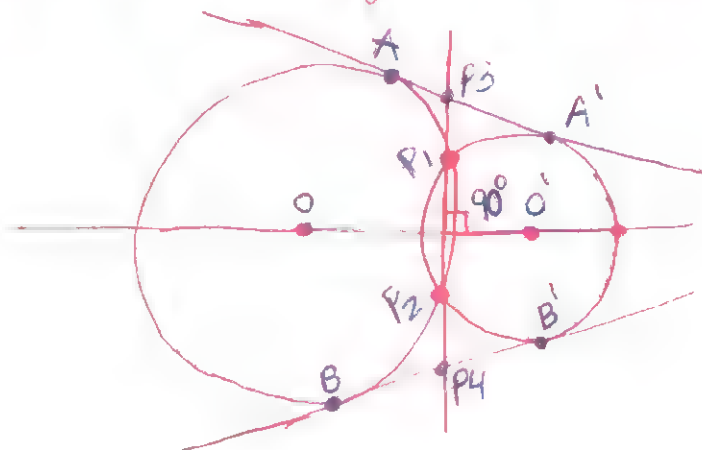
Eje radical (línea radical) de tres circunferencias

(26) Como resultado de el eje radical de las circunferencias concéntricas $C(D, r_1)$ y $C(D, r_2)$? Realizar el gráfico y contestar:

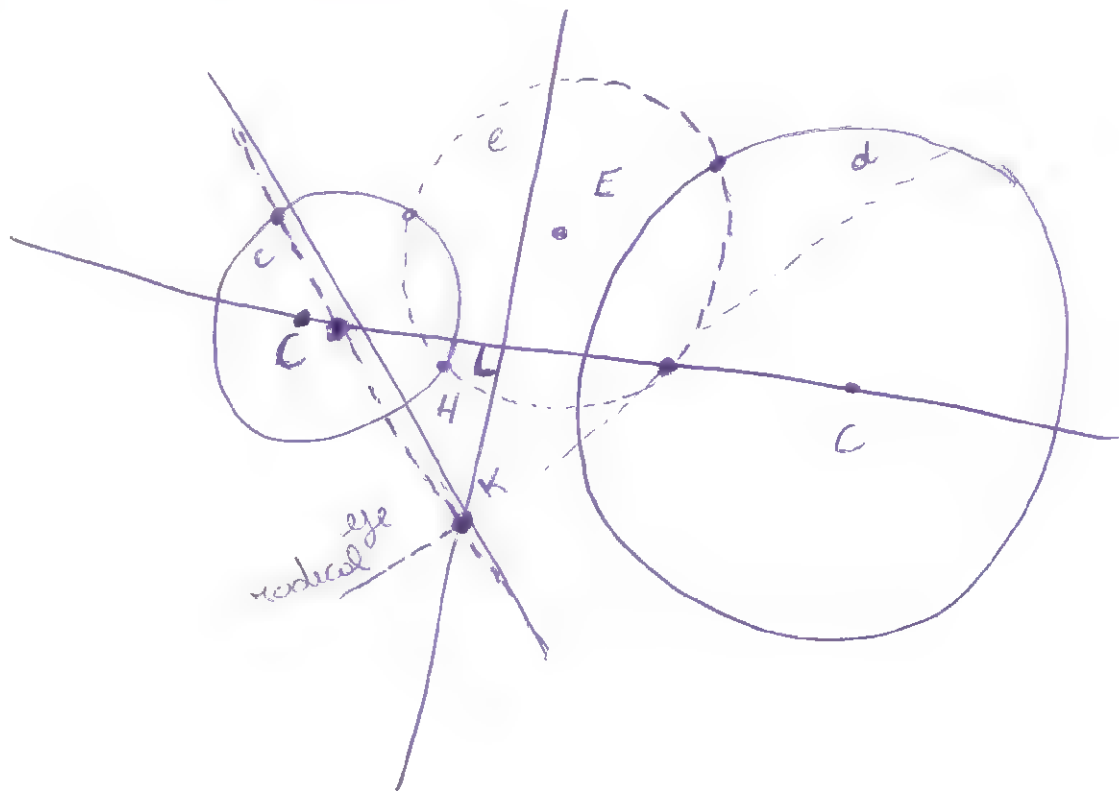
- (a) La recta tangente común a ambas. \times
- (b) La recta que une los centros. \times
- (c) La recta tangente a la primera. \times
- (d) Ninguna de las anteriores. ~~\times~~ \checkmark

Eje radical: "Eje radical" de dos circunferencias es el lugar geométrico de los puntos que tienen igual potencia respecto de ambas circunferencias.

P_1 y P_2 tienen igual potencia respecto de ambas circunferencias por pertenecer a los mismos P_3 y P_4 por ser pts. medios de los segmentos AA' y BB' respectivamente la recta que contiene a P_1, P_2, P_3 y P_4 se denomina Eje radical



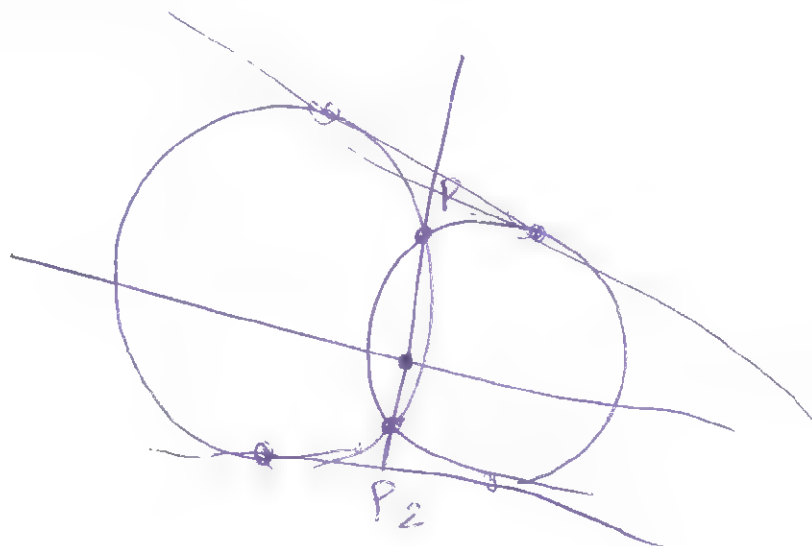
2.º El radical se puede trazar en todos los ~~casos~~ 139.
 posiciones relativas de las circunferencias, por ejemplo, en las
 circunferencias son exteriores se ~~utiliza~~ utiliza una circunfe-
 -rencia auxiliar para su construcción



EJE RADICAL

"Eje radical de dos circunferencias es el lugar geométrico de los puntos que tienen igual potencia respecto de ambas circunferencias"

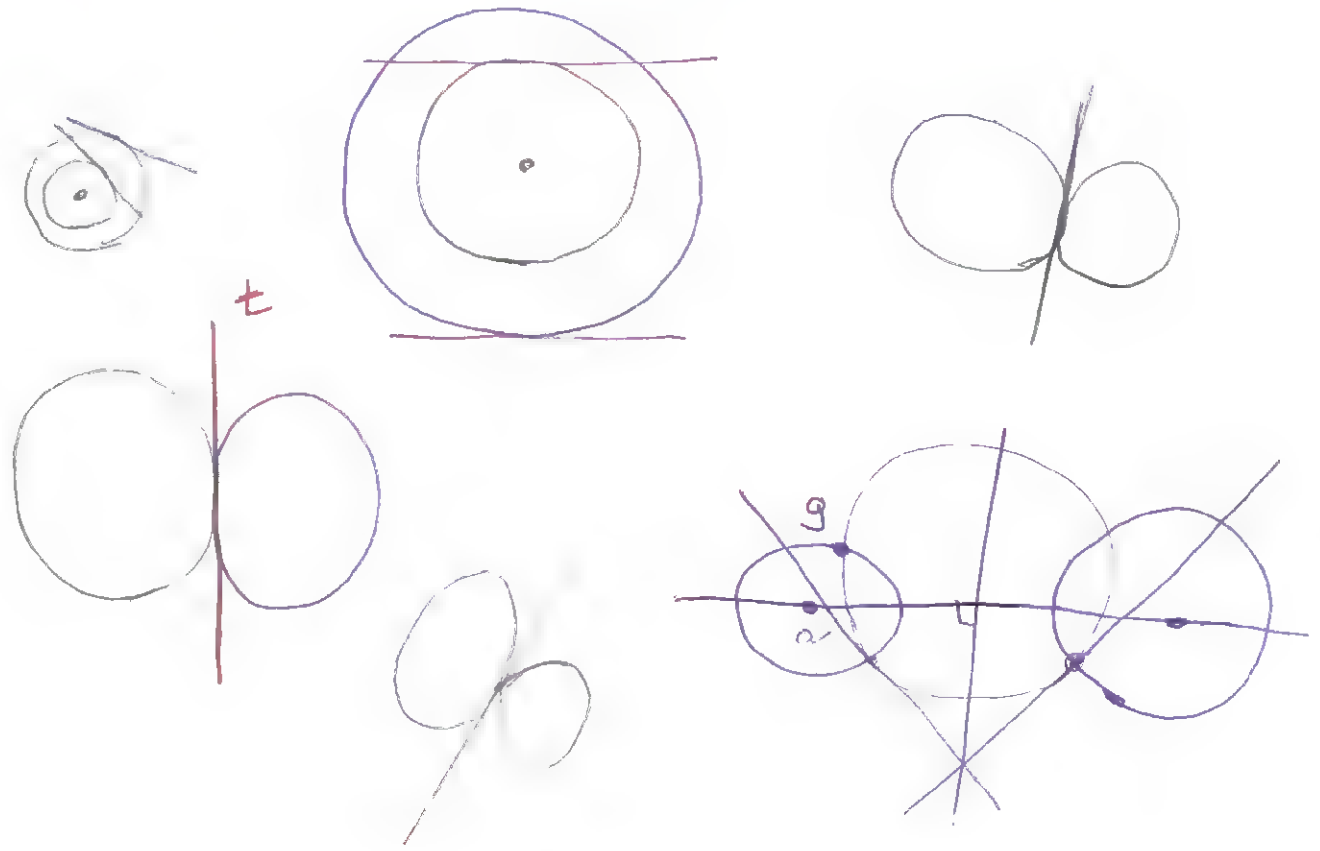
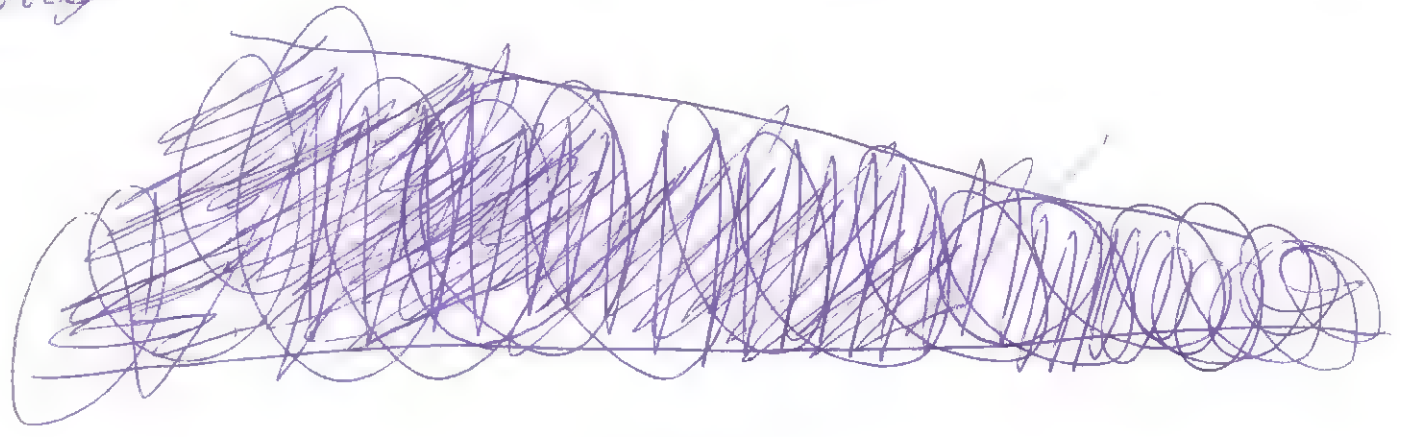
P1 y P2 tienen igual potencia respecto de ambas circunferencias por pertenecer a los mismos.

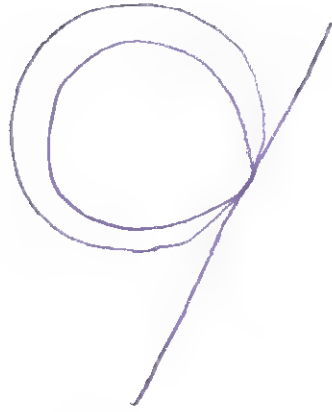


26) Como resultas ser el eje radical de las circunferencias concéntricas $C(D, r_1)$ y $C(D, r_2)$? Realizar el gráfico y contestar:

a) La recta tangente común a ambas.

~~circunferencias concéntricas comparten el mismo centro~~

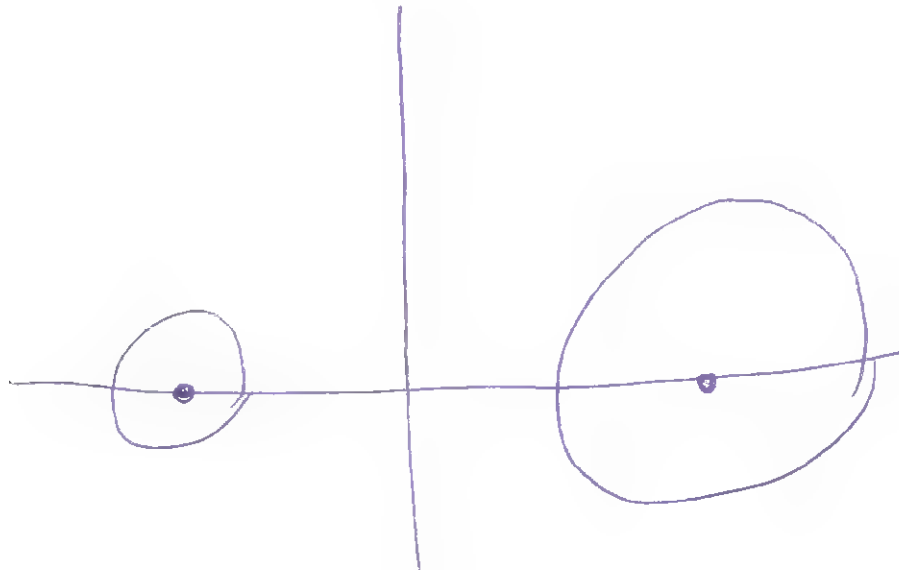




Circunferencias Concéntricas

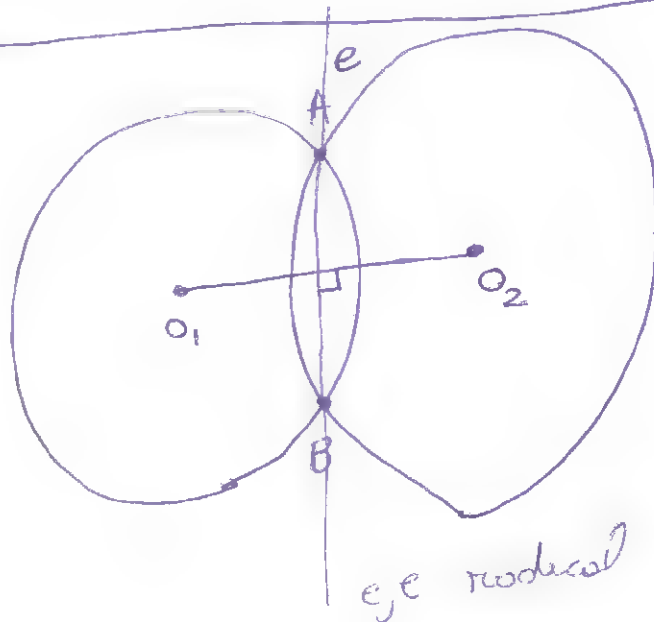
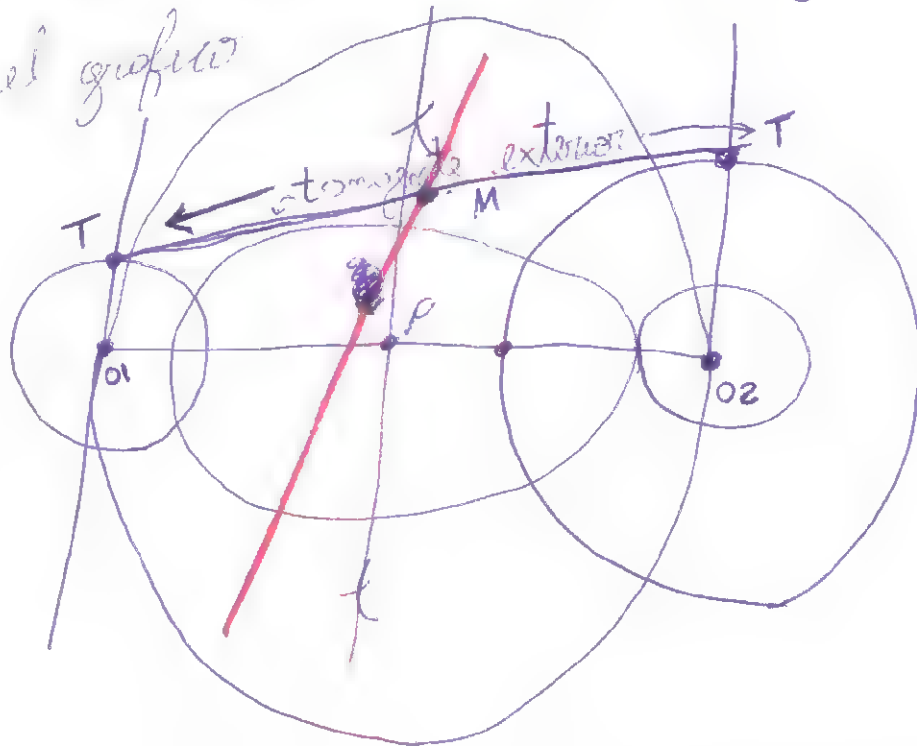
Una circunferencia es concéntrica a otra si y sólo si, la distancia de los centros es nula, o sea que sus centros coinciden.

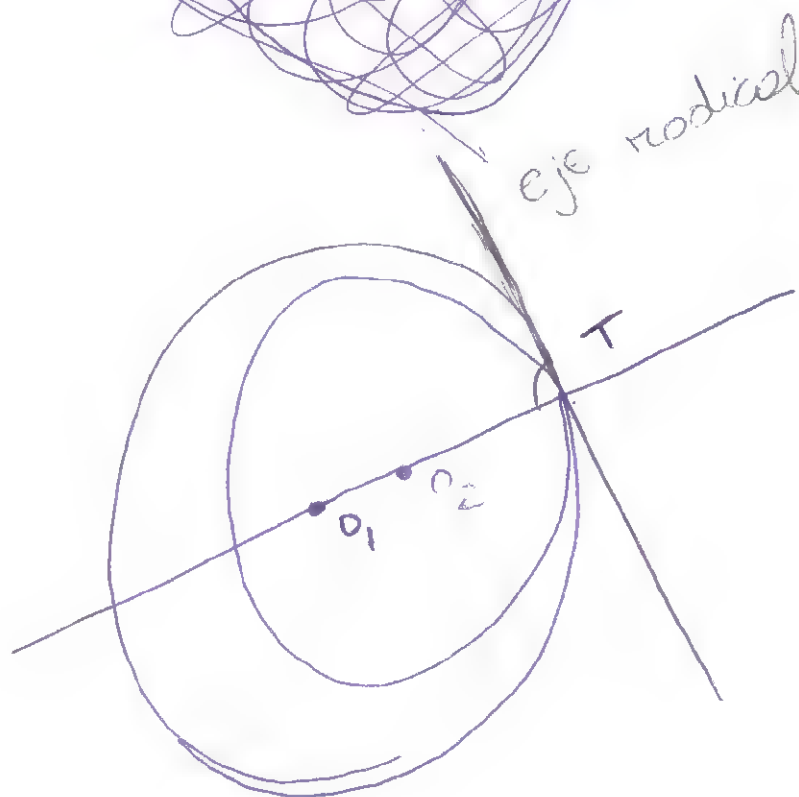
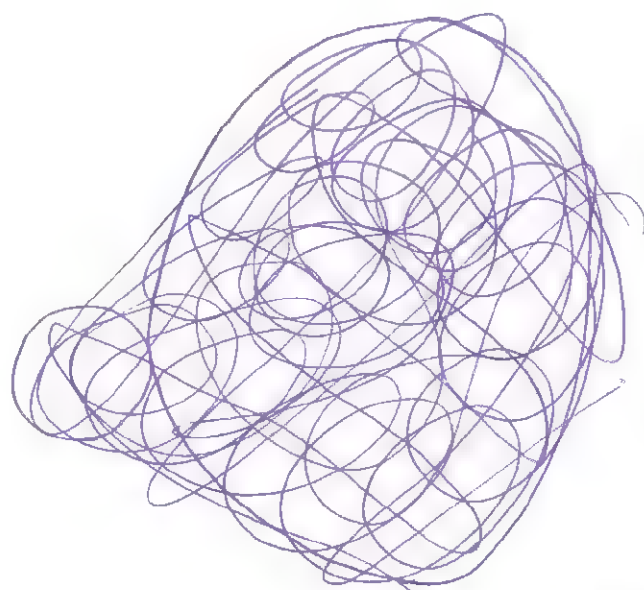
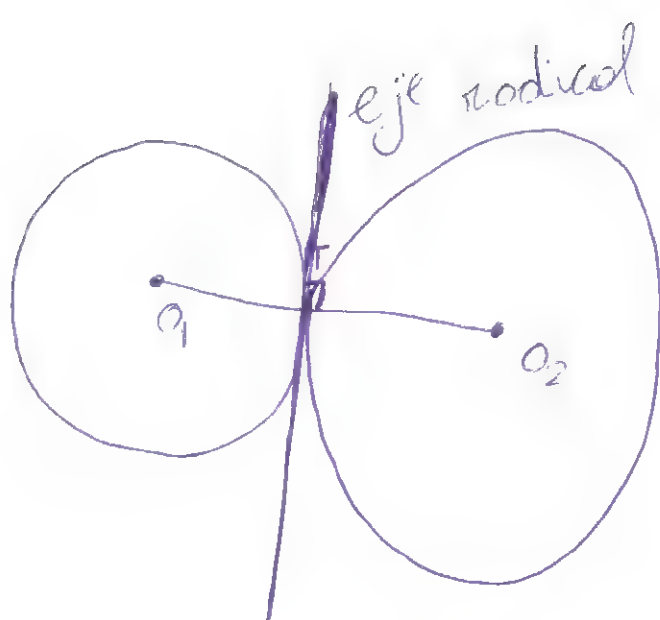
Los objetos concéntricos comparten el mismo centro, eje u origen.



26) Como resulta ver el eje radical de las circunferencias concéntricas $C(D, r_1)$ y $C(D, r_2)$?

Realizar el gráfico

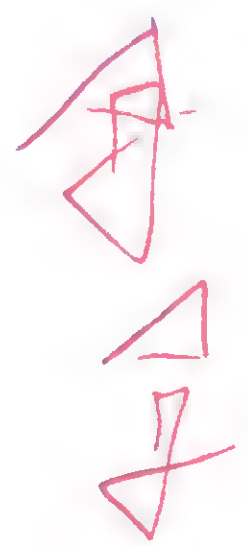




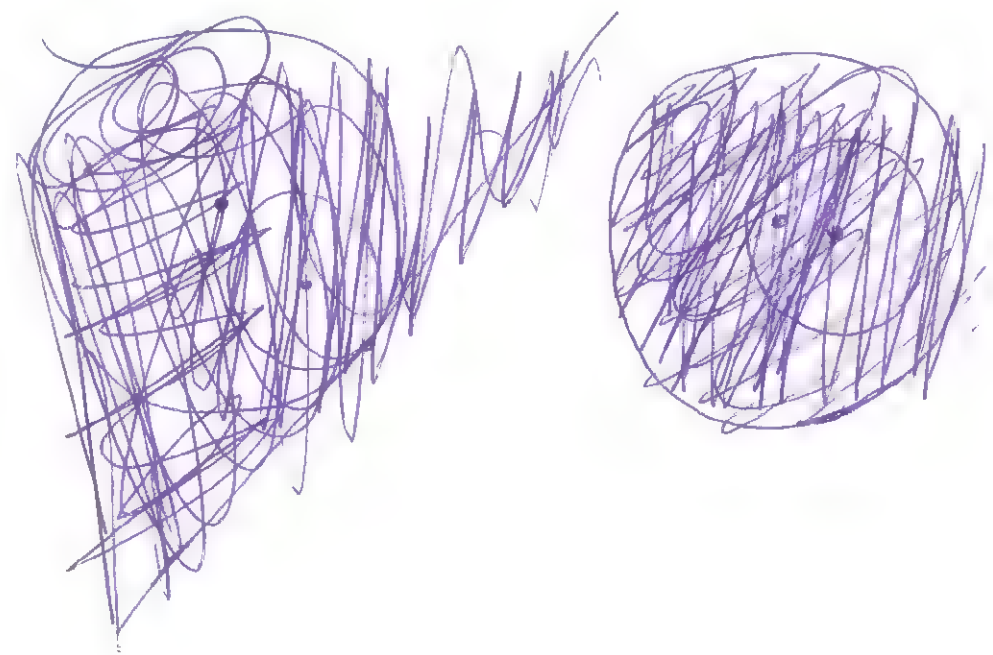
(26) Como resulta ver el eje radical de las circunferencias concéntricas $C(D, r_1)$ y $C(D, r_2)$?

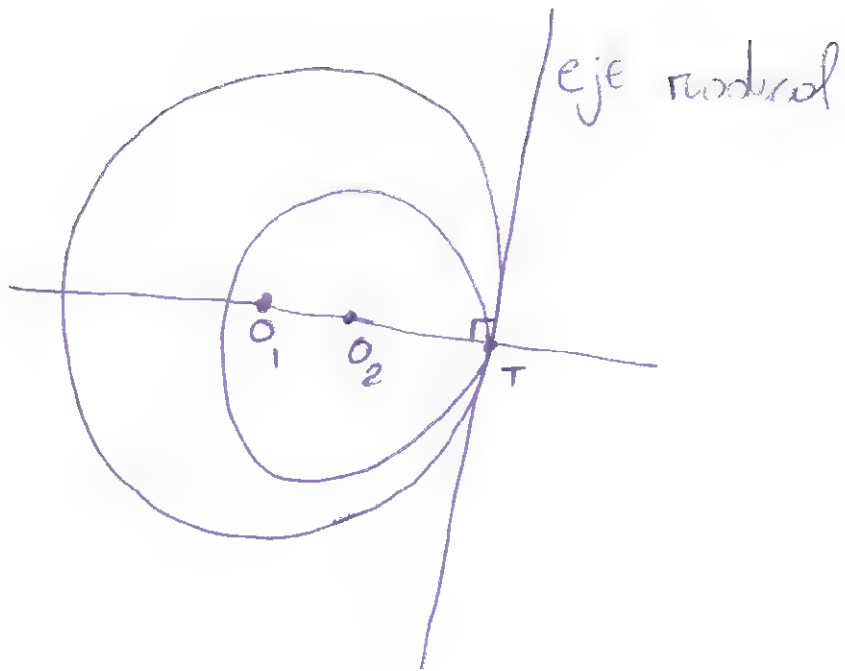
Resolva el gráfico y contestar.

- (a) la recta tangente común a ambas. **x**
- (b) la recta que une los centros. **x**
- (c) la recta tangente a la primera. **x**
- (d) Ninguno de los anteriores. **✓**

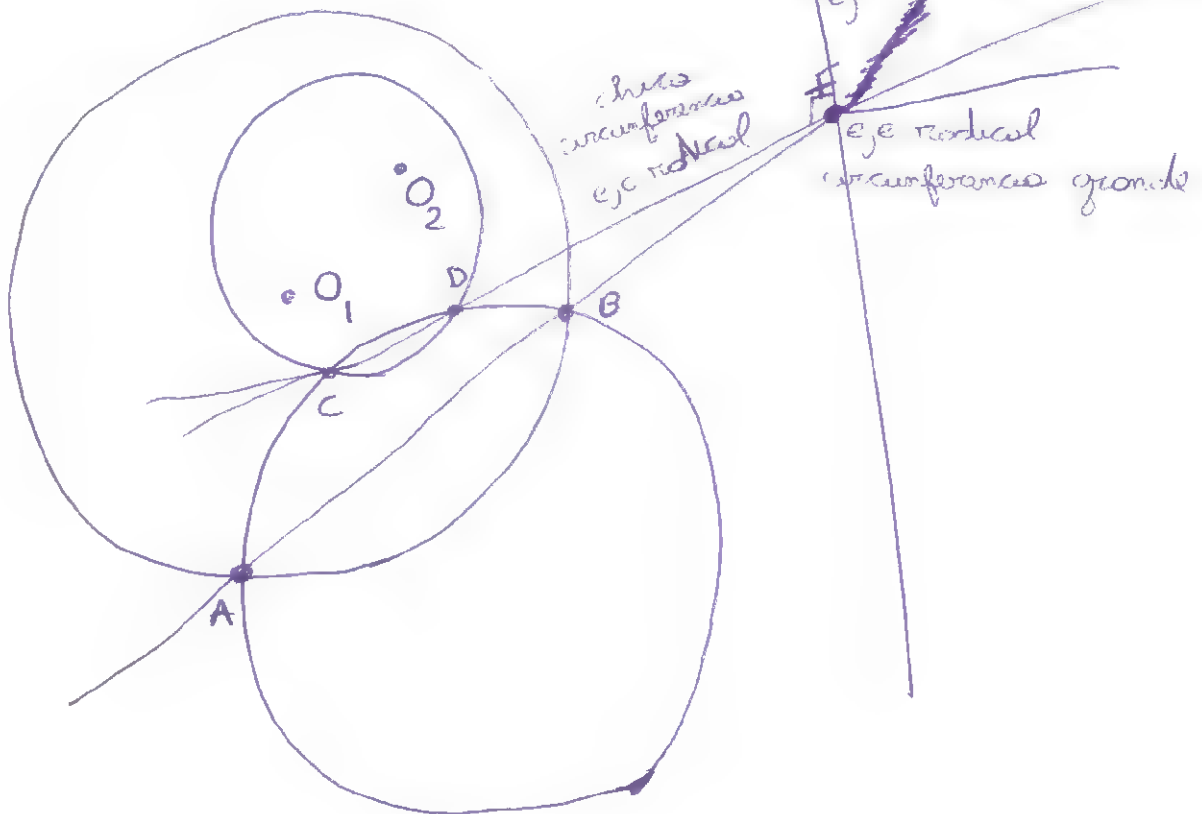


(27) Dadas las $C(A, r_1)$ y la $C(B, r_2)$ interiores a la primera (no concéntricas). Se quiere determinar el eje radical de ambas. Resolver a la construcción.

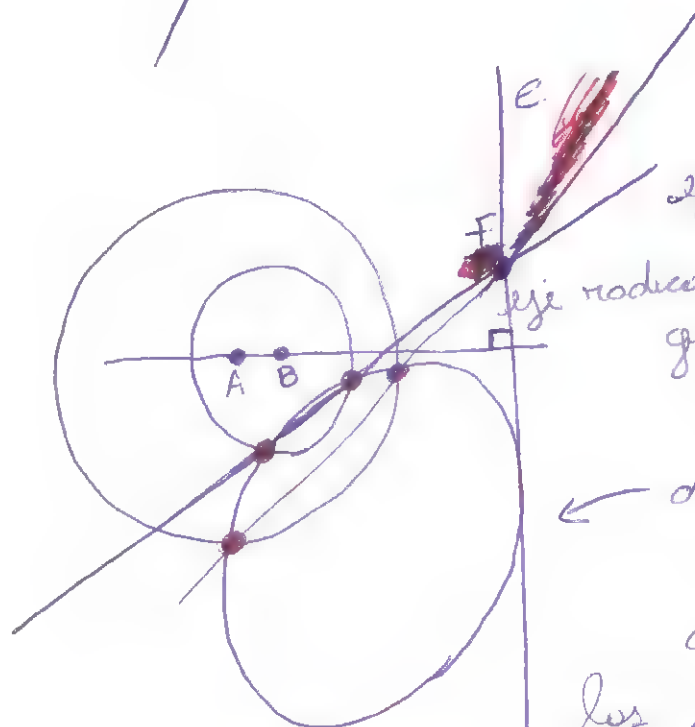
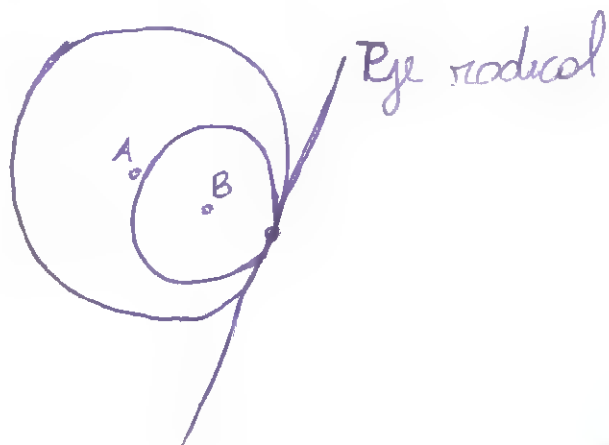




Das circunferencias tangentes exteriores
eje radical de una intersección



(27) Dados los $C(A, r_1)$ y $C(B, r_2)$ interiores a
 lo primario (no concéntricos) se quiere determinar
 el eje radical de ambos. Realizar la construcción



← dibujamos circunferencia
 cualquiera que
 corte en dos puntos
 los 2 circ.



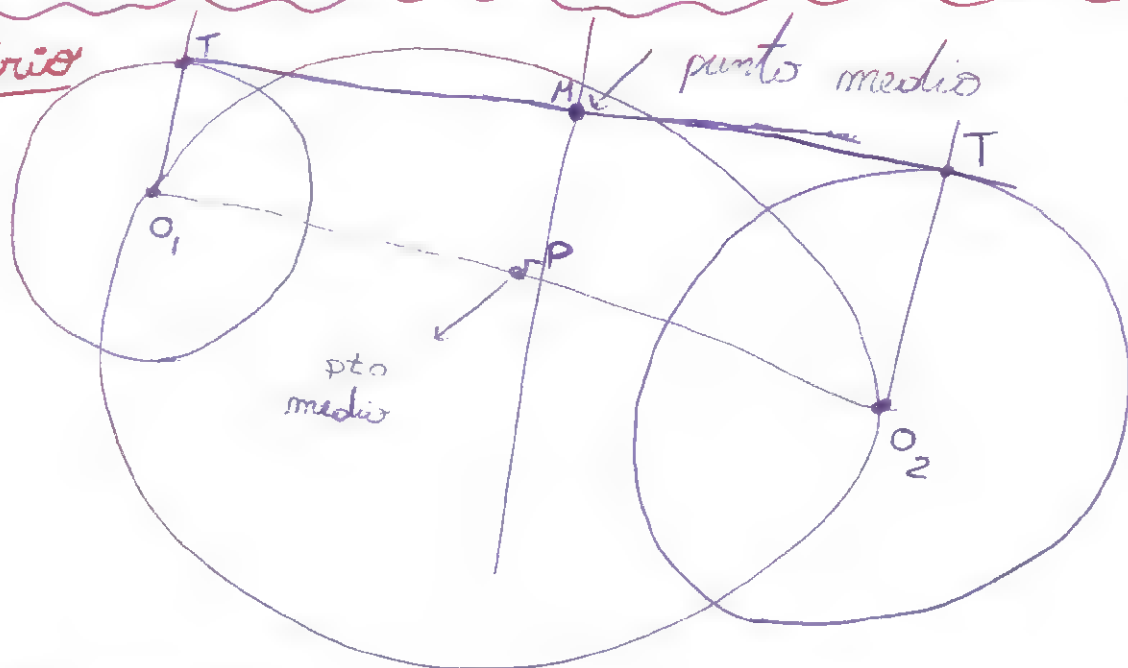
El eje radical que buscamos pasará por el punto
 F y será perpendicular a la recta definida por la
 unión de A y B.

28. Indicador verdadero - falso

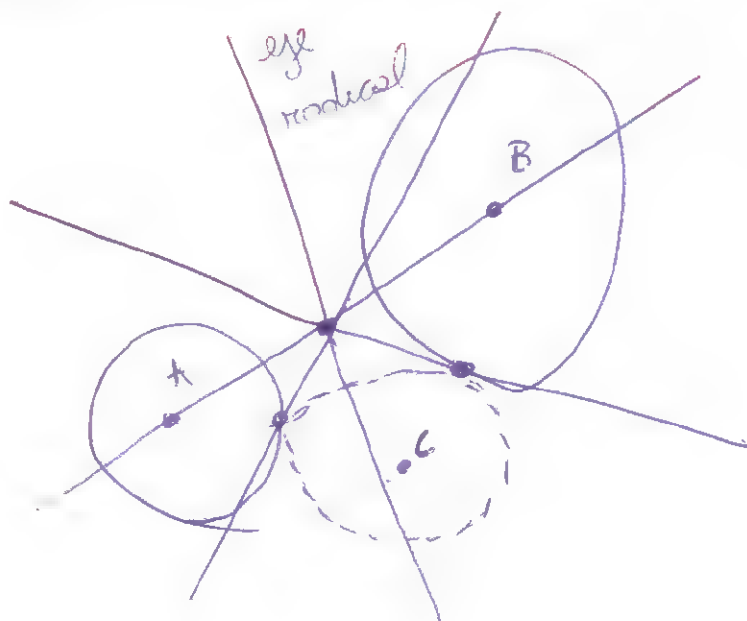
119.

La siguiente construcción de dos circunferencias $C(A, r)$ y la $C(B, r')$ en la cual se halla el eje radical está correctamente resuelto. **Verdadero.**

Recordatorio



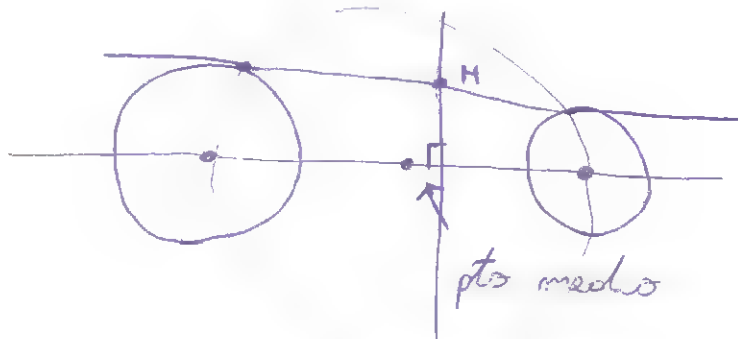
el eje radical sera la recta que pasa por M y es perp a O_1O_2 y a O_2
la recta



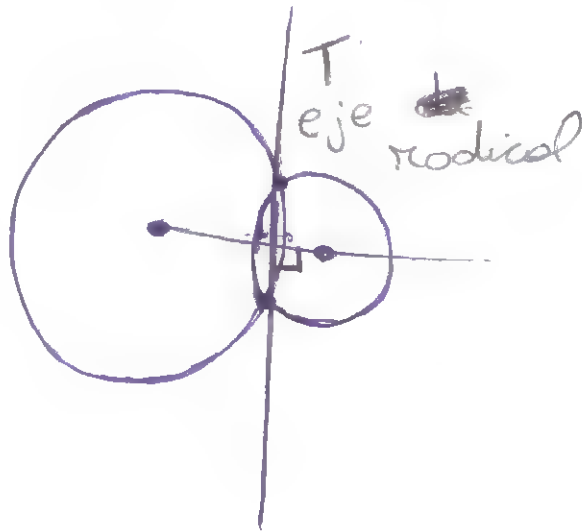
Bien
Está
resuelto

29. Encuentre el eje radical entre las siguientes pares de circunferencias

$$C_1(O_1, 3 \text{ cm.}), C_2(O_2, 2 \text{ cm.}), d = 7 \text{ cm.}$$

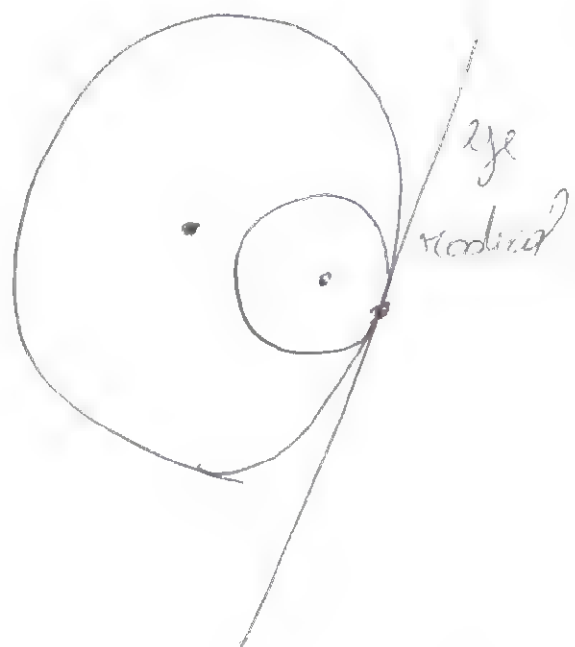
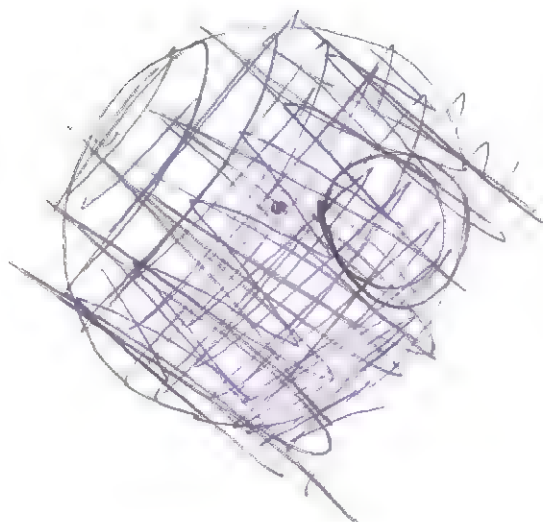


$$C_1(O_1, 4 \text{ cm.}), C_2(O_2, 2 \text{ cm.}), d = 3 \text{ cm.}$$



③ $C1(O1, 5 \text{ cm})$, $C2(O2, 5 \text{ cm})$, $d = 1 \text{ cm}$

121.

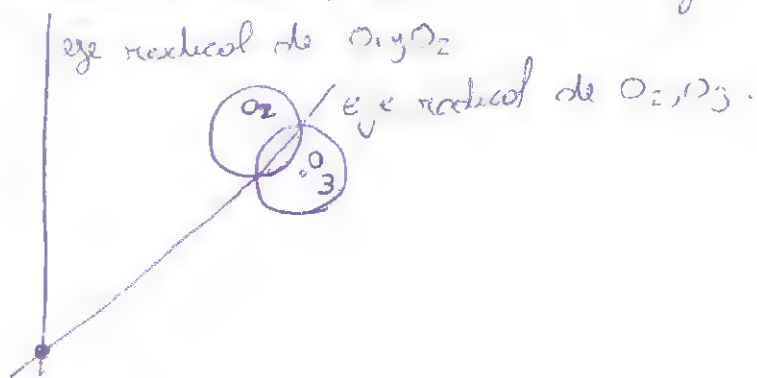


30) Teniendo en cuenta la construcción realizada en el ej anterior, encuentre los ejes radicales y el centro radical. (Encontraron el centro radical de 3 circunferencias)

④ $C1(O1, 5 \text{ cm})$, $C2(O2, 2 \text{ cm})$, $d = 7 \text{ cm}$.

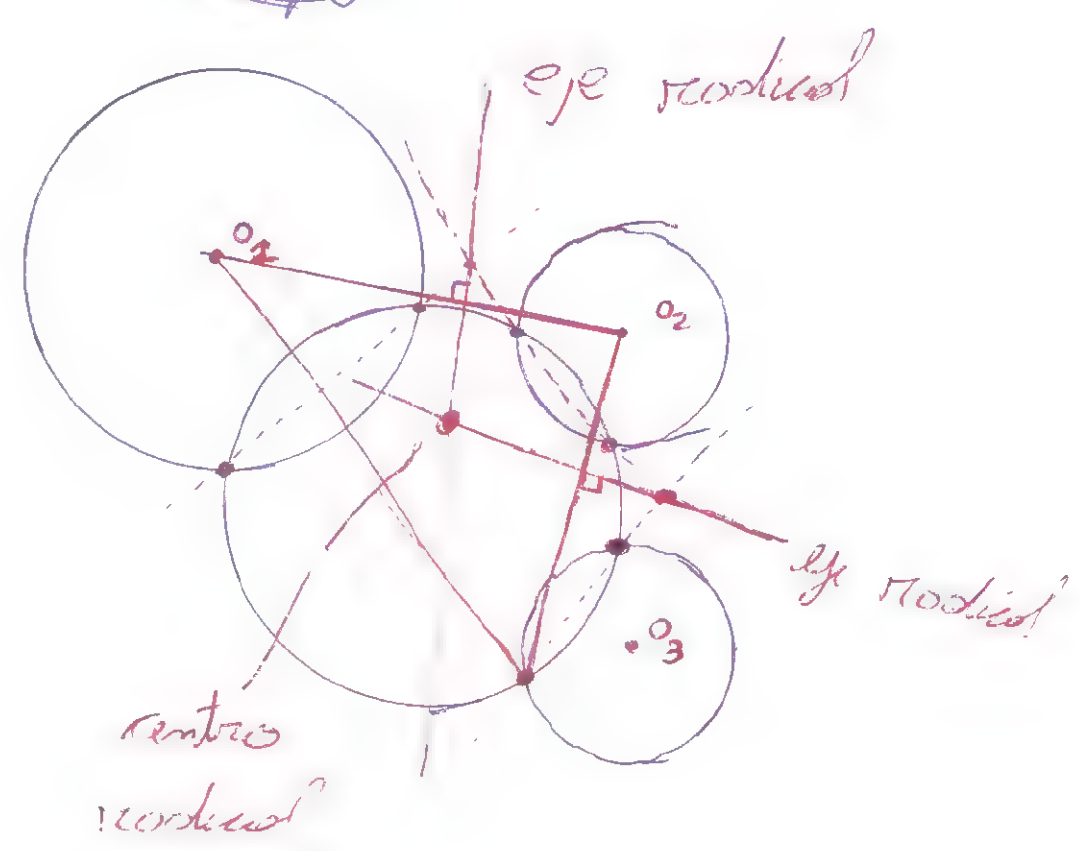
El centro radical es el pto. que tiene igual potencia respecto a las 3 circunferencias.

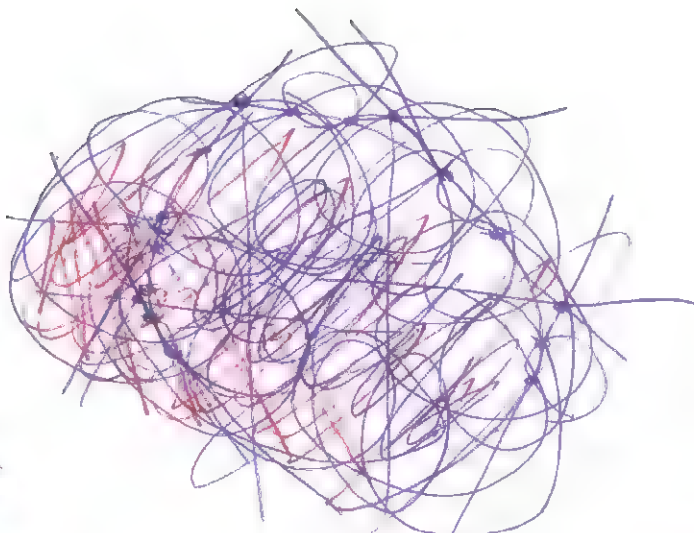
Primero ~~h~~ encuentre el eje radical de las circunferencias $O1$ y $O2$ luego hallaremos el eje radical de las circunferencias $O2$ y $O3$. O continuación ~~h~~ vemos que el centro radical está situado en la intersección de dichos ejes radicales.



Centro radical de 3 circunferencias es el punto
del plano que tiene igual potencia respecto de las 3
circ. El punto en donde se intersecan los tres ejes por lo
igual potencia respecto de las circunferencias se denomina
Centro Radical.

НОВЫЙ
ГОД

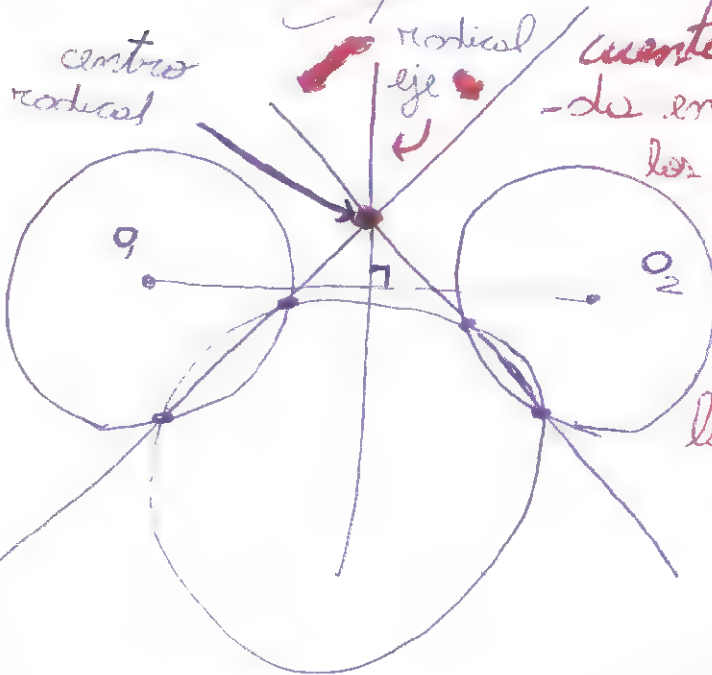




?? ? ? ?

(30) Teniendo en ?

cuento la construcción realíz-
-do en el ej. anterior, encuentra
los ejes radical y el centro
radical.



No se entiende, es
lo mismo que el ej
anterior.

Definición áurea de un segmento. Número áureo

31. Construye con regla y compás el rectángulo de
razón áurea; sabiendo que el cuadrado tiene de la-
-do: a. 4 cm.

125.
(31) Construye con regla y compás el rectángulo

- dado de razón áurea, sabiendo que el cuadrado tiene de lado

(a) 4 cm

1. Dibuja el cuadrado

1. Halla el pto. medio dibujando con el compás la ~~mediatriz~~ mediatriz

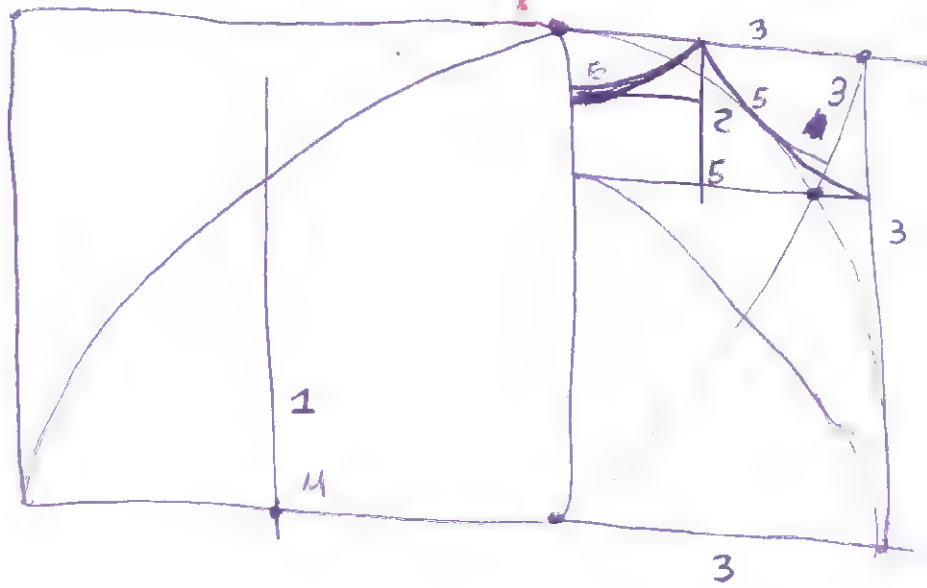
2. Une el pto. medio con el extremo superior derecho y reduce un semicírculo con el compás.

3. Une los lados del compás con el cuadrado de modo que nos quede otro rectángulo áureo

4. Dibuja otro cuadrado dentro del rectángulo áureo utilizando el compás.

5. Une el punto medio que nos dan de los arcos con una línea horizontal de manera que nos quede otro rectángulo áureo

6. Cuando ya hemos hallado nuestro rectángulo áureo nos fijaremos a dibujar la espiral áurea, tomando los dos lados de cada cuadrado y haciendo un semicírculo con el compás y se unirá con el siguiente y así sucesivamente ya tendremos nuestra espiral áurea.



(a) 4 mm.



- (a) Construye con regla y compás el rectángulo de
mayor área sabiendo que el cuadrado tiene de lado
- (b) 5,5 cm



(c) 3,2 cm.

(30)

(a)

Dado la misma línea m de 127.
un segmento derivado a, halla dicho segmento.

(b) Construye la misma línea del segmento m. *

И это я не только про
i eta ya nie tolko pro
ПОСЛЕДНЮЮ ГОНКУ
posledniyu gonku

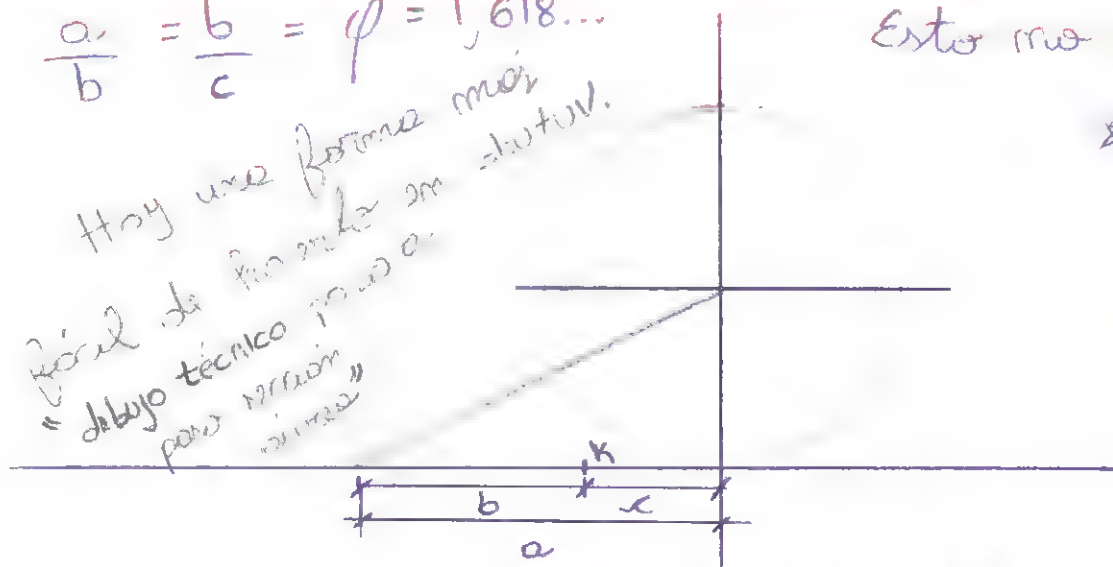
141

(Y me ~~refiero~~ ~~me refiero~~ me refiero sólo a la última
corriente)

$$\frac{a}{b} = \frac{b}{c} = \varphi = 1,618...$$

Hay una forma más
fácil de encontrar m.
"dibujo técnico para
ingenieros"

Esto me es el espacio.



(30) *

(a)

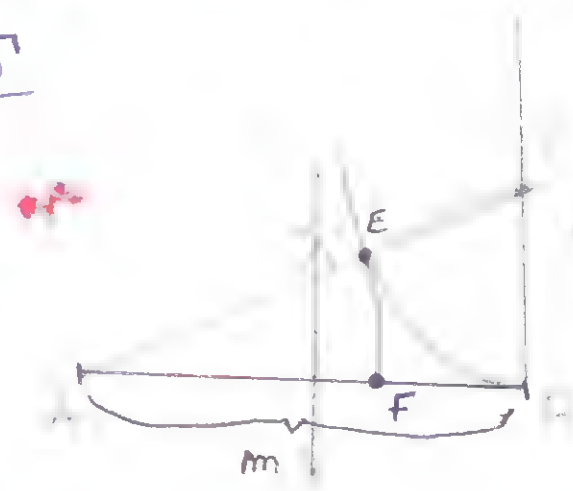


AF es el segmento del cual AB es derivado.
Deriva.

⑥ ~~Construye la sección cónica de un segmento~~

Construye la ~~sección~~ sección cónica del segmento m

$$\phi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$$



\overline{AF} es la sección cónica del segmento $AB=m$

③③ Lo estrella pentagonal o pentágono estrellado según la tradición, el símbolo de los seguidores de Pitágoras. Los pitagóricos pensaban que el mundo estaba conformado según un orden numérico, donde sólo tenían cabida los números fraccionarios. Pero ¿cómo se representaba la razón entre los lados de un pentágono y su lado? Construir un pentágono regular y calcular la misma

$$\phi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{a+b}{a} = \phi$$

$$\frac{a}{b} = \frac{a}{a} + \frac{b}{a}$$

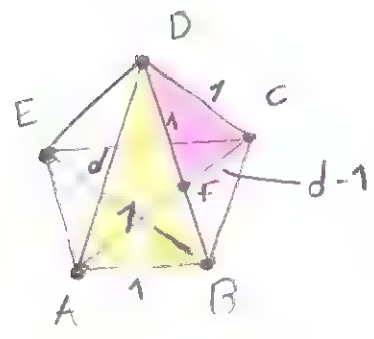
(reemplazando $\frac{a}{b} = \phi$)

$$\phi = \frac{a}{a} + \frac{b}{a}$$

(b/a es el inverso de a/b)

$$\phi = 1 + \frac{1}{\phi}$$

$$\phi^2 - \phi - 1 = 0$$



Mostraremos q el

$$\triangle CDF \cong \triangle ABD$$

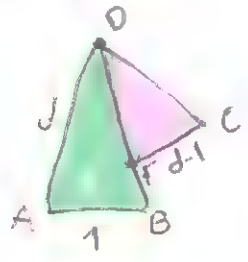
Designamos el valor del lado del pentágono como una unidad, podemos decir que el segmento $\overline{DF} = 1$, el segmento $\overline{AF} = 1$, $\overline{AB} = 1$.

En el $\triangle CDF$ los segmentos \overline{DC} y \overline{DF} miden la unidad.

Por lo \overline{CF} es igual a la diagonal menos la unidad y vale $d-1$. En el triángulo ~~ABD~~ $\triangle ABD$ los segmentos \overline{AD} y \overline{BD} son diagonales del pentágono d y el segmento \overline{AB} es igual a 1.

Teorema de Tales:

~~Definición~~ Partula que para que dos triángulos sean semejantes sus lados tienen que ser proporcionales



$$\frac{d}{1} = \frac{d}{1} = \frac{1}{d-1}$$

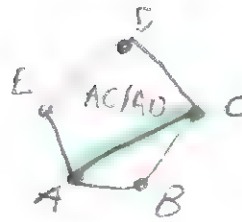
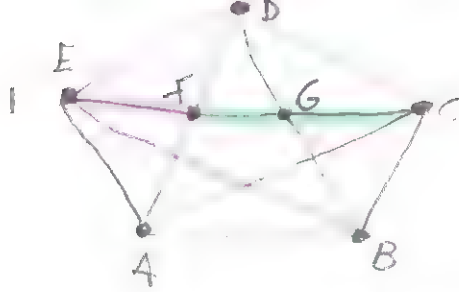
$$d^2 - d = 1$$

$$d^2 - d - 1 = 0$$

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$$

Al tomar el valor positivo

$$\begin{aligned} \frac{d}{1} &= \frac{d}{1} = \frac{1}{d-1} \\ \Rightarrow \frac{d}{1} &= \frac{1}{d-1} \\ \Rightarrow d(d-1) &= 1 \\ \Rightarrow d^2 - d &= 1 \end{aligned}$$



¿Qué podemos decir de los segmentos \overline{FC} y \overline{EC} ?



¿Qué es un polígono regular?

Los polígonos regulares son aquellos que tienen todos sus lados y ángulos iguales.

Todos los ángulos de la misma amplitud y los lados tienen la misma longitud.

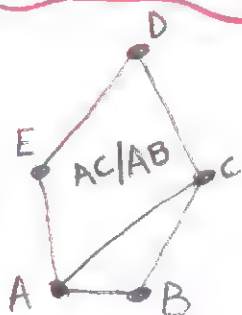
Triángulos rectos

34) Una propiedad importante de los triángulos rectos es que cuando se colocan dos triángulos rectos iguales uno en posición horizontal y otro en posición vertical (superpuestos) donde uno comparte un lado con una porción del lado del otro, entonces la diagonal del triángulo horizontal se prolonga hasta el vértice del otro triángulo (el vertical) y estos tres puntos están alineados.

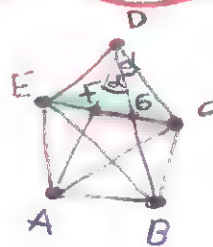


(33) Lo estrella pentagonal o pentágono estrellado
 son según la tradición, el símbolo de los reyes de
 Sotopos. Los pentágonos puros que el mundo es
 todo configurado según números, donde solo tienen
 colado los números fraccionarios. Para medir algo unpe-
 -rudo... ¿cómo es la región entre los diagonales del p-
 -tógono y su lado? Construir un pentágono regular y
 calcular la misma

~~Para~~ Resulto anteriormente



$$\overline{EC} = \varphi$$



¿Qué podemos
 decir de los segmentos?

\overline{FC} y \overline{EC}

$$\overline{FC} = 1$$

$$\overline{EC} = d$$

Podemos decir que \overline{EC} es el segmento del cual \overline{FC} es
 sección áurea.

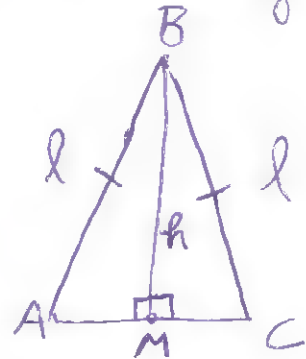
Troboyo práctico N°2

132.

TP.2

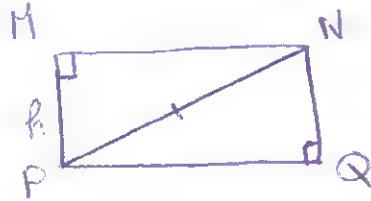
Congruencias

① Un $\triangle ABC$ es isósceles, donde el ángulo B es opuesto al lado desigual; tiene dibujada la altura BM . ¿Es cierto que los triángulos ABM y BCM son congruentes? Justifique.



Son congruentes porque poseen ~~los~~ dos lados iguales y un ángulo igual.

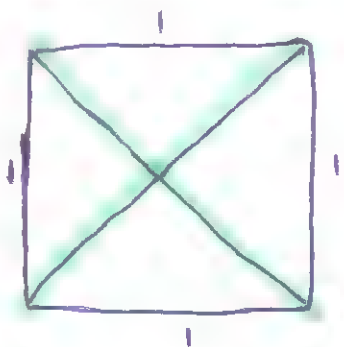
② En un cuadrado $MNPQ$ se trazó una de las diagonales del mismo, usa algunos de los criterios para demostrar que la diagonal divide al cuadrado en dos triángulos congruentes.



Tienen dos lados ~~iguales~~ la diagonal y la altura ~~h~~, un ángulo recto en ambos triángulos.

③ Será cierto que las diagonales de un cuadrado lo dividen en 4 triángulos congruentes? Justifique.

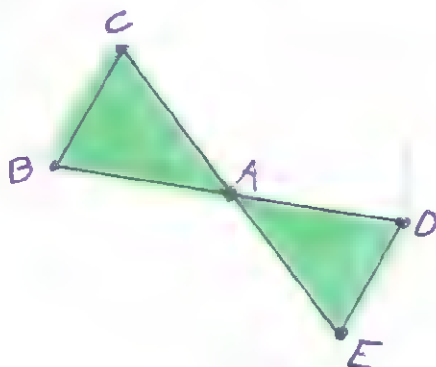
③ ¿Será cierto que las diagonales de un cuadrado lo dividen en cuatro triángulos congruentes? Justifique 133



Si; hay 4 lados iguales y la diagonal divide el ángulo recto ~~en dos ángulos iguales~~ en dos ángulos iguales.

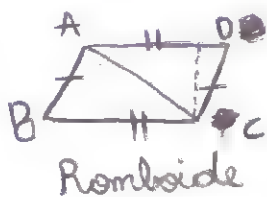
Todos los triángulos tienen 2 lados iguales y ~~todos~~ todos los ángulos son iguales.

④ El dibujo muestra la circunferencia, ¿se verifica que los $\triangle ABC$ y AED son congruentes? Justifique



Si, porque son q. por el vértice y están inscriptos en una circ.

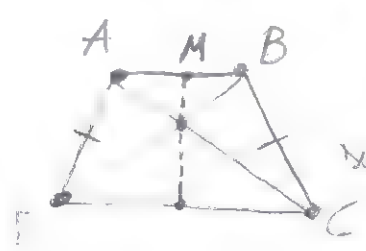
⑤ En un romboide $ABCD$ la diagonal principal es AC . Demuestra con algún criterio de congruencia que la diagonal principal divide el romboide en dos triángulos congruentes.



Romboide

Si los \triangle ABC y ADC son iguales? el lado BC y el lado AB es igual al lado DC y la diagonal es la misma poro ambos triángulos.

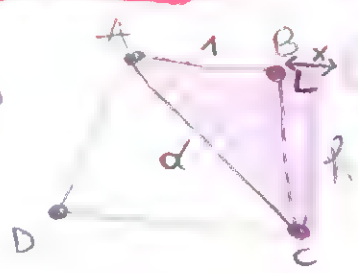
(6) Muestra que los diagonales de un Δ equil.
 forman ángulos con iguales. Justifícalo por p.p.p. o
 - lados.



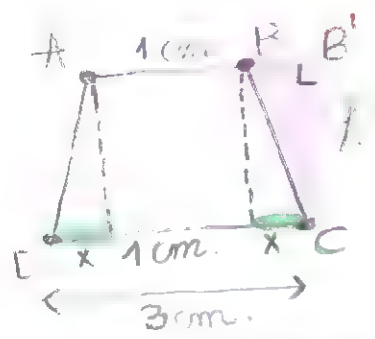
En un triángulo equilátero hay una
 simetría con respecto de la recta r
 (mediatriz del segmento AB),
 $d_1 = d_2$

Al tener en común el punto de los dos diagonales
 por los dos diagonales ~~se puede demostrar~~ ~~que son iguales~~ ~~la misma longitud~~ ~~temper~~

Otro
 ejercicio



Del triángulo rectángulo $\Delta\{A, B', C\}$
 podemos decir: $d^2 = (1+x)^2 + h^2$
 c. t. de (1) y (2) $d^2 = (1+1)^2 + 3 \Rightarrow$
 $\Rightarrow d^2 = 4+3 \Rightarrow \boxed{d = \sqrt{7}}$



(2) Queremos que la
 suma de los segmentos
 $x+1+x = \dots$, luego
 $2x+1=3$ y $\boxed{x=1}$

(3) Por otro lado
 del Δ rectángulo
 $\Delta\{B, B', C\}$, $h^2 + x^2 = 2^2$
 y como $x=1$, $h^2 = 2^2 - 1^2$
 $\Rightarrow \boxed{h=3}$

(7) En un cuadrilátero PQRS se traza la diagonal PR
 quedando determinados los Δ PPS y Δ PRQ, que son
 semejantes con un lado en común la diagonal PR, queda
 determinado los Δ PPS y Δ PRQ que son semejantes
 ¿Qué tipo de cuadrilátero es PQRS?

Ej. Se da un cuadrilátero PQRS, se traza la diagonal QS.
 En el PQ quedan determinados los $\triangle PQS$ y $\triangle PQR$, que son
 congruentes. En cambio si se traza la diagonal QS, quedan de-
 terminados los $\triangle PQS$ y $\triangle RQS$, que son congruentes. ¿Qué
 tipo de cuadrilátero es PQRS?

Es un paralelogramo

Tipos de cuadriláteros

PARALELOGRAMOS



Cuaadrado



Rectángulo



Romboide

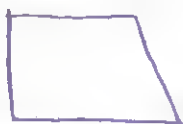


Rombo

NO PARALELOGRAMOS Trapezoides



Trapezoido
rectángulo



Trapezoido
isóceles



Trapezoido
escaleno

TRAPEZOIDES



Trapezoido
rectángulo



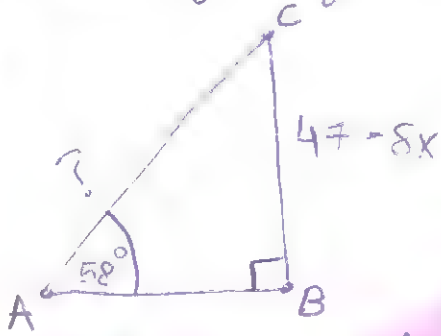
Trapezoido
isóceles



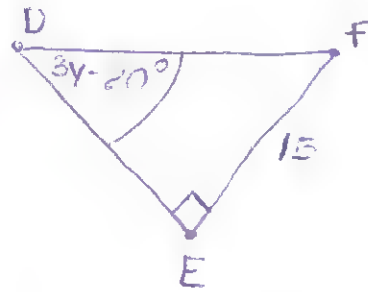
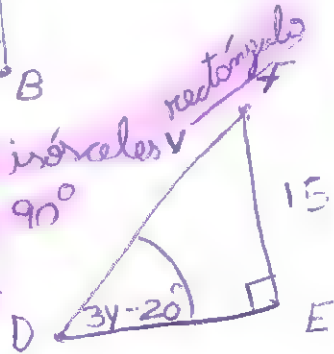
Trapezoido
escaleno

8) Sabiendo que los $\triangle ABC$ y $\triangle DEF$ son isóscel y congruente. Encuentra los valores x y de y .

136



Un triángulo isóscel no puede valer 90° y 58° sus ángulos.



$$15 = 47 - 8x$$

$$-32 = -8x$$

$$\boxed{4 = x}$$

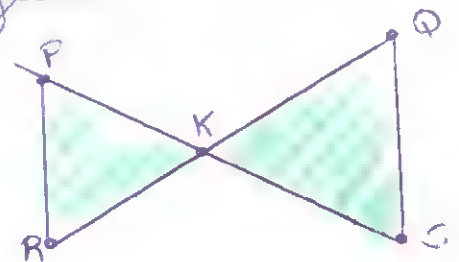
$$3y - 20^\circ = 58^\circ$$

$$3y = 58^\circ + 20 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 3y = 78 \Rightarrow \boxed{y = 26}$$

9) En la siguiente figura, se sabe que K es punto medio de PS y de QR . Los triángulos PKR y QKS pueden ser congruentes? Justificar.

Nó son congruentes ya que tienen dos ángulos opuestos por el vértice que son iguales y K al ser el punto medio de PS y QR divide ambos segmentos en la misma medida.



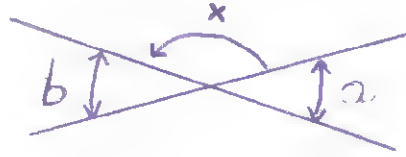
Teorema.

137

Los ángulos opuestos por el vértice son iguales.

Hipótesis

Si los ángulos a y b
son opuestos por el
vértice entonces $\angle a = \angle b$

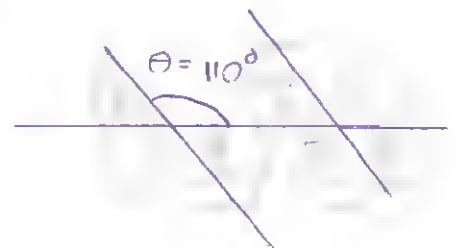
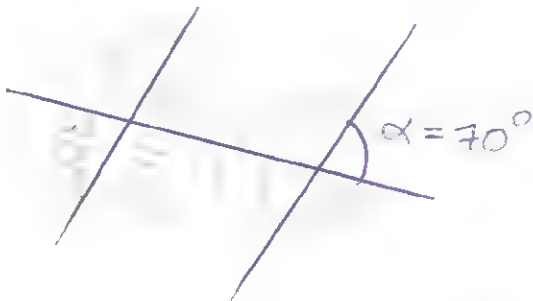


Demostración

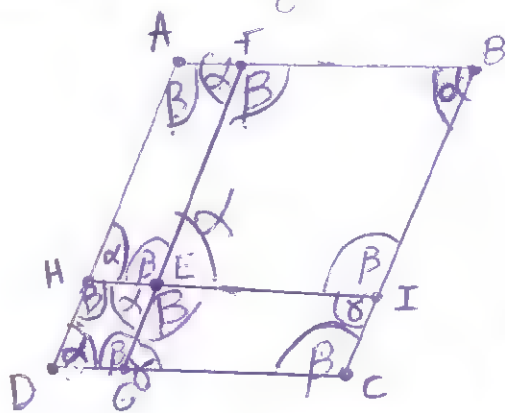
1. $\angle a + \angle x = 180^\circ$ (Por ser adyacentes suplementarios)
2. $\angle b + \angle x = 180^\circ$ (Por la misma razón)
3. $\angle a + \angle x = \angle b + \angle x$ (Por sustitución de 2 en 1)
4. $\therefore \angle a = \angle b$ (Por propiedad de sustitución de la igualdad)

ÁNGULOS FORMADOS POR DOS RECTAS CORTADAS POR UNA TERCERA

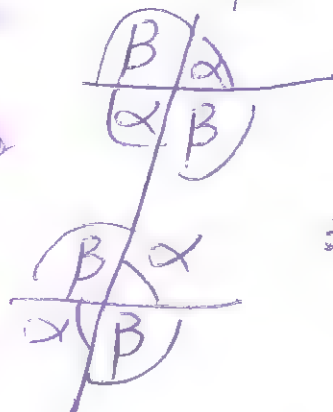
(10) Hallar el valor de todos los ángulos.



11. El cuadrilátero ABCD es paralelogramo, demós el segmento FG es paralelo al lado AD y HI es paralelo al lado DC. Elegir dos ángulos que sean iguales y explicar por qué. ¿Habrá otros dos ángulos que también sean iguales?



Don
paralela
trazados
por una
transversal



Los ángulos α 's
son iguales porque
son opuestos por el
vértice y ángulos op.
Los ángulos β 's son iguales
por la misma razón

¿Cuáles son los ángulos de la figura, que al
sumarlos dan por resultado 180° ?

$$\hat{\alpha} + \hat{\beta} = 180^\circ \checkmark$$

~~$$\hat{\alpha} + \hat{\beta} = 180^\circ$$~~

~~$$\hat{\alpha} + \hat{\beta} = 180^\circ$$~~

~~$$\hat{\alpha} + \hat{\beta} = 180^\circ$$~~

~~$$\hat{\alpha} + \hat{\beta} = 180^\circ$$~~

~~$$\angle EGE + \angle IIC = 180^\circ \times$$~~

~~$$\angle EFB + \angle IIB = 180^\circ \times$$~~

~~$$\angle AHE + \angle HFE = 180^\circ \times$$~~

~~$$\angle HAF + \angle HFE = 180^\circ \times$$~~

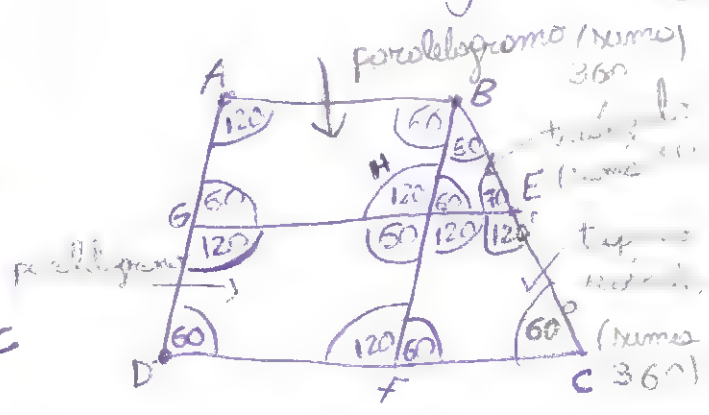
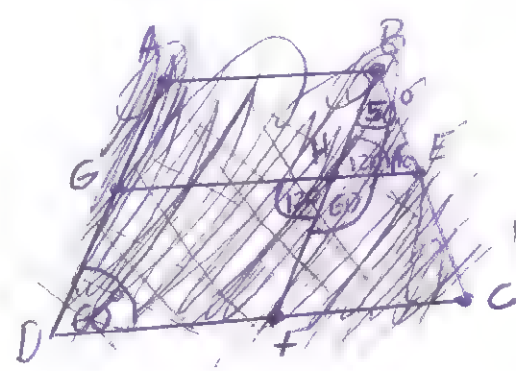
~~$$\angle FBI + \angle FFI = 180^\circ \times$$~~

~~$$\angle GEE + \angle GFI = 180^\circ \times$$~~

~~$$\angle HFI + \angle FBI = 180^\circ \times$$~~

Los ángulos opuestos son
iguales NO suplementarios
(en un paralelogramo)

12) En el cuadrilátero ABCD, se verifica que $AB \parallel GE \parallel DC$, $AD \parallel BF$, $\hat{GDF} = 60^\circ$ y $\hat{FBC} = 50^\circ$



a) Calcule el valor de todos los ángulos de la figura. Justificar

Triángulo ABC y triángulo BCD
ángulos son suplementarios
(suma 180°)

Paralelogramo: ángulos
opuestos son iguales

b) Nombre los pares de ángulos correspondientes y los pares de ángulos alternos internos.

Ángulos alternos internos: \hat{GHF} y \hat{AGH}

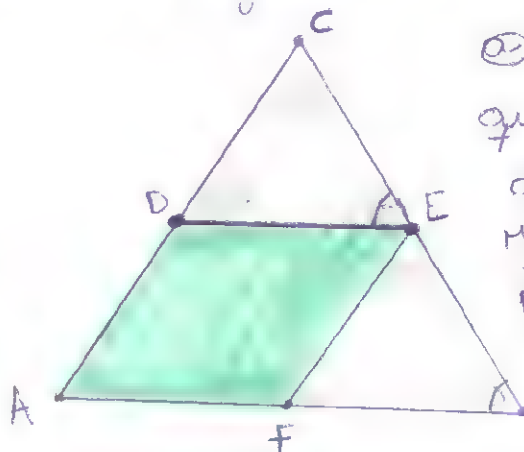
Ángulos correspondientes: \hat{BHE} y \hat{HFC}

Ángulos correspondientes cuando dos líneas son cortadas por una transversal. M, K y L son paralelas, entz. los pares de ángulos correspondientes son congruentes.

13) En la figura ADEF es un paralelogramo

a) Es cierto que los ángulos de los triángulos DCE y EFB son congruentes? Por qué?

b) Determinar la menor cantidad de datos posibles en la figura de modo que a partir de ellos se puedan calcular los medidas de todos los ángulos.



a) No son congruentes ya que el segmento \overline{CB} es dividido en partes iguales y al ser dos rectas cortadas por una transversal el ángulo

$$\widehat{DEC} = \widehat{FBE} \text{ por } \begin{matrix} \text{ángulos} \\ \text{correspondientes} \end{matrix}$$

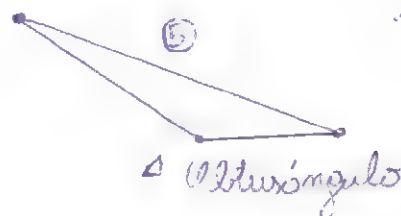
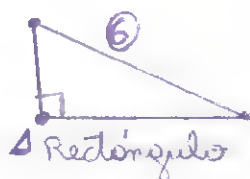
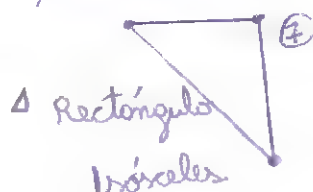
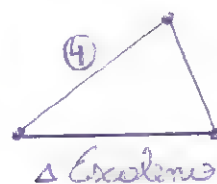
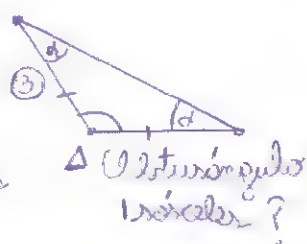
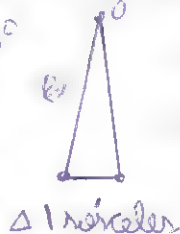
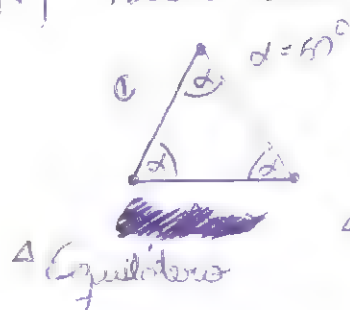
El lado DA es igual al lado FE que es igual al lado DC por estar dividido en partes iguales.

$$\text{b) } \angle DAF = 60^\circ$$

$$\angle FBE = 50^\circ$$

Suma de los ángulos de un triángulo. Desigualdad triangular.

14) Dibuja los siguientes triángulos



CHD = dormir

ATA = porra

i) En caso de ser posible por medio de los datos dados identifica a algunos de los triángulos. Deador cuáles son los frases que les corresponden

- Tiene tres ángulos congruentes Equilátero: ①
- Tiene dos ángulos congruentes. Isóceles ② ⑦ ③
- Tiene un ángulo recto Δ Rectángulo: ⑤ ⑥
- Tiene un ángulo obtuso Obtusángulo: ⑤ ③
- Tiene dos lados iguales y dos ángulos iguales. Isóceles: ② ⑦ ③

ii) En algunos casos la frase identifica a un único triángulo? Sí, la opción c)

iii) Dormir una frase que identifique a un único Δ
{Qué información será necesaria considerar?

3 ángulos y 3 lados iguales.

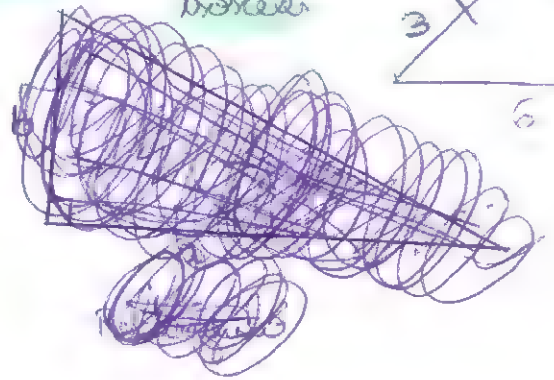
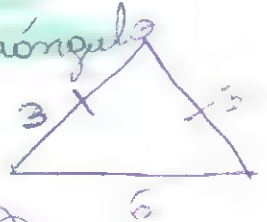
15) Dibuja un triángulo con los siguientes medidos, donde el segmento "a" representa a dos de sus lados. ¿Es único o se puede construir otro de diferente forma? ¿Qué se puede decir respecto de sus ángulos? Justifiquese



~~Para~~ Para dos ángulos iguales

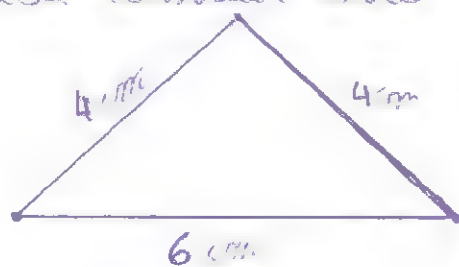
Si, es único.

En un triángulo isósceles



16) Construir un Δ con regla y compás.

a. Donde dos de sus lados sean 6 cm y 4 cm. ¿Es único o se puede construir otro triángulo? ¿De qué depende? No es único.



No, Depende de la desigualdad triangular

Lo sumo de cualq. por de los tres tiene q ser mayor al 3 lado

medidos

Desigualdad triangular

143

La suma de dos lados cuales de un Δ es mayor ~~que~~ que la longitud del 3^{er} lado.

(b) Con un ángulo de 80° y otro de 60° ¿es único o se puede construir otro triángulo? ¿de qué depende? Es único y si tenemos dos ángulos de 50° y 60° el 3^{er} ~~ángulo~~ tendrá q valer 40°

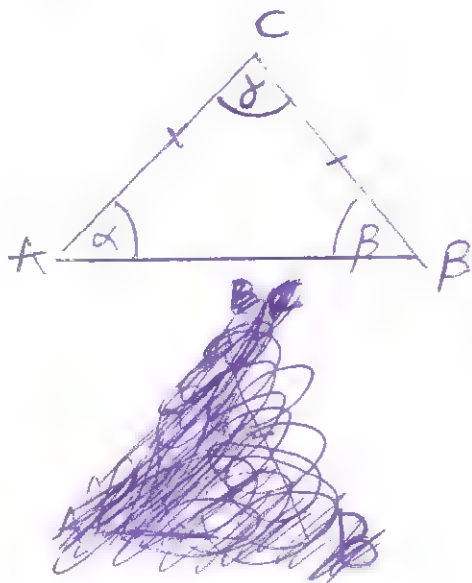
Знают =
atención
ПРН = a la
60 лет 3 НН =
infirmitad

(c) Con un ángulo de 90° , otro de 60° y un tercero de 70° ¿es único o se puede construir otro triángulo? ¿de qué depende? No se puede construir un Δ con esos ángulos porque la suma debe dar 180°

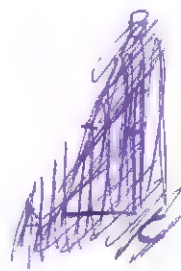
• Si tomamos el 3^{er} ángulo como 30° , entonces es único

(d) Donde sus lados miden 3, 4 y 7 cm. ¿Es único o se puede construir otro triángulo? ¿de qué depende? ~~Se puede~~ No se puede construir, ya que $4 + 3 < 7$

(17) Se sabe que el $\triangle ABC$ es isósceles y que $AB=BC$ ¹⁴⁴
 $\alpha = \beta$, donde $\beta = 2x + 10^\circ$ y $\gamma = 7x + 8^\circ$. Cuál es
 la medida de cada ángulo del \triangle ?



$$2x + 10^\circ = 2x + 10$$



$$\overbrace{(2x + 10^\circ)}^{\alpha} + \overbrace{(2x + 10^\circ)}^{\beta} + \overbrace{(7x + 8^\circ)}^{\gamma} = 180^\circ$$

$$\Rightarrow 4x + 20^\circ + 7x + 8^\circ = 180^\circ$$

$$\Rightarrow 11x + 28^\circ = 180^\circ$$

$$11x = 152^\circ$$

$$x = \frac{152}{11} \Rightarrow \boxed{x = 13,81}$$



$$\therefore \boxed{\alpha = \beta = \frac{414}{11}} = 37^\circ 38' 10,91'' = 37,6363 =$$

$$\therefore \boxed{\gamma = 7 \left(\frac{152}{11} \right) + 8^\circ} = \frac{1152}{11} = 104^\circ 43' 38,18'' = 104,727$$

18) Los siguientes son ternos de ternos de 1145 medidos por los lados de un Δ , ¿es posible construir los mismos? Justifique.

a) 5 cm, 4 cm y 9 cm. No se puede. $4+5 \nless 9$

b) 3 cm, 5 cm y 6 cm. Sí, se puede porque $3+5 > 6$, $6+5 > 3$ y $6+3 > 5$.

c) 8 cm, 2 cm y 10 cm. No se puede porque $8+2 \nless 10$

19) Se tienen las siguientes expresiones de los ángulos interiores de un Δ $\alpha = 2x + 30^\circ$, $\beta = x + 40^\circ$ y $\gamma = x + 50^\circ$, ¿se puede construir? ¿es único?

$$2x + 30^\circ + x + 40^\circ + x + 50^\circ = 180^\circ$$

$$\Rightarrow 4x + 120^\circ = 180^\circ$$

$$\Rightarrow 4x = 60^\circ$$

$$\Rightarrow \boxed{x = 15^\circ}$$

$$\begin{cases} \alpha = 60^\circ \\ \beta = 55^\circ \\ \gamma = 65^\circ \end{cases}$$

Suma de ángulos interiores y exteriores de un polígono convexo.

20) La suma de los medidos de los ángulos interiores de un polígono es igual a la suma de los medidos de sus ángulos exteriores, ¿cuántos lados tiene el polígono? Resuelto en la 1ª hoja (i)

21) Plantear una justificación de que los ángulos opuestos de un paralelogramo son iguales



Debemos que

$$\hat{\alpha} + \hat{\beta} = 180^\circ \text{ y } \hat{\epsilon} + \hat{\beta} = 180^\circ$$

$$\Rightarrow \alpha + \beta = 180^\circ$$

$$\Rightarrow \beta = 180^\circ - \alpha$$

reemplazando

$$\hat{\epsilon} + (180^\circ - \hat{\alpha}) = 180^\circ$$

$$\hat{\epsilon} + 180^\circ - \hat{\alpha} = 180^\circ$$

$$\Rightarrow \hat{\epsilon} - \hat{\alpha} = 0$$

$$\Rightarrow \boxed{\epsilon = \alpha}$$

22) Hecho. Página 3

23) En la figura se sabe que $\alpha + \beta = \epsilon$ y $\alpha = \beta$ entonces los ángulos α , β ϵ miden respectivamente

(a) 40, 60, 30

(b) 120, 60, 180

(c) 45, 45, 0

(d) 120, 60, 180. Es una

propiedad, no hay

razones para

24) Hecho. Página 3

25) Hecho. Página 3

(26) En el polígono ABCDE, $A = x + 45^\circ$, $B = 2x - 40^\circ$, $C = 3x - 70^\circ$, $D = 2x + 25^\circ$, $E = x + 85^\circ$. Cuál es la medida de cada ángulo interior.

Suma de ángulos interiores

Para un polígono de n lados es $180^\circ \times (n - 2)$

Entonces $A + B + C + D + E = 540$

$$(x + 45^\circ) + (2x - 40^\circ) + (3x - 70^\circ) + (2x + 25^\circ) + (x + 85^\circ) = 540^\circ$$

$$9x + 45^\circ = 540^\circ \Rightarrow 9x = 495 \Rightarrow \boxed{x = 55}$$

$$\begin{cases} A = 100^\circ \\ B = 70^\circ \\ C = 95^\circ \\ D = 135^\circ \\ E = 140^\circ \end{cases}$$

(27) ¿Es posible dibujar un ~~polígono~~ polígono regular de 7 lados con un ángulo exterior de 152° ?

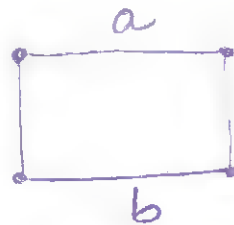
Ángulo exterior de un polígono: $\frac{360}{n}$ donde n es el número de lados

No es posible ya que $\frac{360}{7} \neq 152^\circ$

Cuadriláteros planos Clasificación Propiedades Construcción

(28) Resuelto en página (9)

(a) Dibujó un cuadrilátero que tenga un par de lados de lados opuestos sobre los segmentos a y b y otro par de lados que sean paralelos entre sí y corten a los segmentos a y b .



(b) Es posible dibujar más de un cuadrilátero?

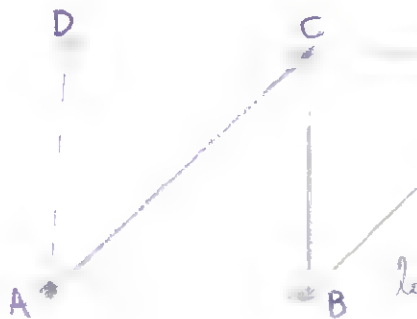
Sí se puede dibujar trapezoides (no paralelogramos) pero no trapezoides.



(29) Se sabe que $ABCD$ es un cuadrado y que BCE es un triángulo rectángulo isósceles. Demostrar que el cuadrilátero $CEBA$ es un paralelogramo.

Hecho en página (11)

Que bien propiedades que tener un cuadrilátero para que sea un paralelogramo!

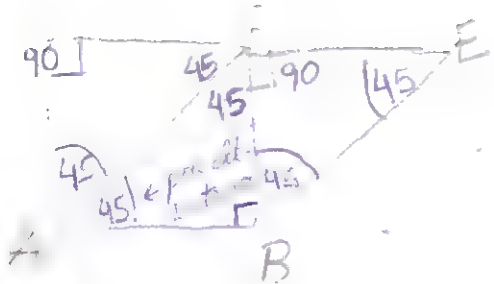


Los paralelogramos son cuadriláteros con los lados opuestos paralelos que cumple:

- ① Tienen iguales sus lados opuestos.
- ② Tienen iguales sus ángulos opuestos
- ③ Los ángulos adyacentes son suplementarios.

27

149



1/2

ПОДАРОКОВ
= подарков

1.1.11

ПЛЕЧУШКИ

4.11.11

10

СЕКРЕТ

ПРОЖИВАЕШЬ В...
tu vienes,
ЕСЛИ И = 11

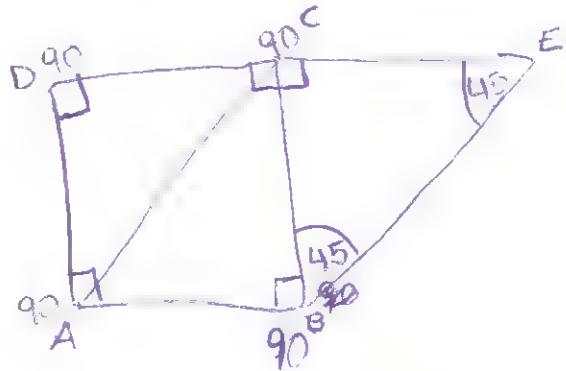
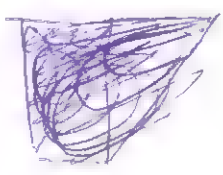
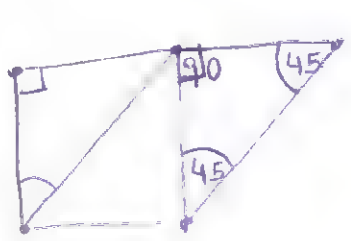
У-ПЕХОН
ТССС

Р е б я у
ШКИ

490° y de 45°

En $\triangle BCE$ es un triángulo rectángulo isósceles entonces se cumple que 90° mide uno de los ángulos y 45° los otros dos

$$\triangle BCE \cong \triangle ADC$$



El triángulo BCE es congruente con el $\triangle ACB$ ya que comparten un lado y un ángulo recto y el segmento \overline{AC} es ~~igual~~ a \overline{BE}

No es

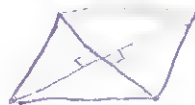
Frases para

30) Don vertes las siguientes afirmaciones:

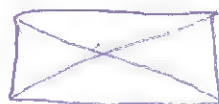
150

a) Si un paralelogramo tiene dos de sus diagonales iguales, es un cuadrado. falso

b) Si un paralelogramo tiene dos diagonales que forman ángulos rectos, es un rombo. falso

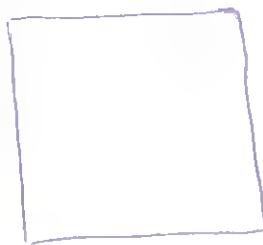
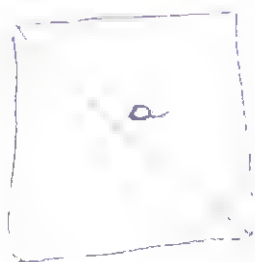


Todos forman
ángulos rectos



Todos los diagonales son perpendiculares

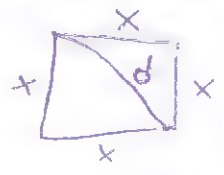
31. El segmento a es la diagonal de un cuadrado. ¿se puede construir un cuadrado cuya hipotenusa y catetos sean iguales a a ?
Es posible construir más de uno?



Si se puede más de uno
No, no se puede
construir más de uno



31) Supongamos que la diagonal de un \square mide d , queremos determinar, mediante ~~de las~~ ~~operación~~ aplicación del Teorema de Pitágoras, la medida de los lados del cuadrado con ese fin, denominemos a la incógnita x a la longitud de los lados del cuadrado.

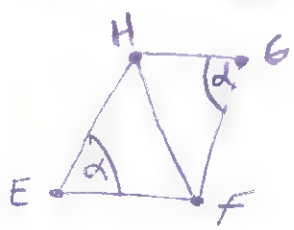
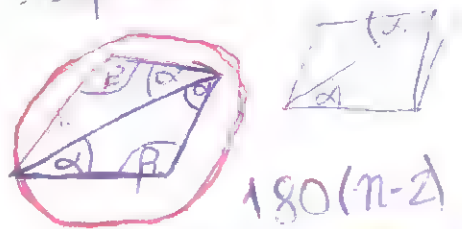
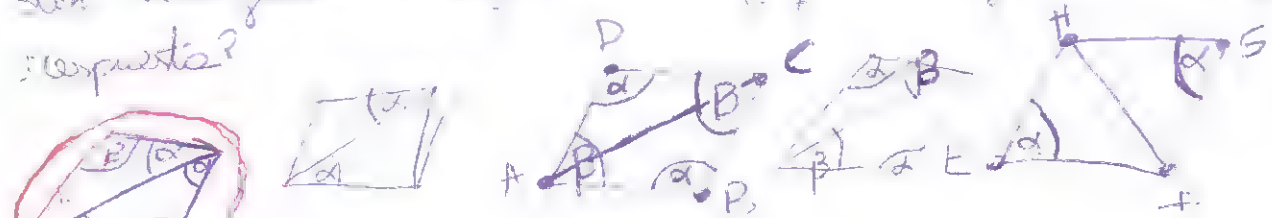


Habiendo cuenta que los ángulos internos de todo cuadrado son rectos, resulta ser rectángulo el Δ de lados x (catetos) y d (hipotenusa). Por el Teorema de Pitágoras

$$2x^2 = d^2 \Rightarrow x^2 = \frac{d^2}{2} \Rightarrow \boxed{x = \frac{d}{\sqrt{2}}}$$

Solo existe 1 Δ .

32) En el paralelogramo ABCD se traza la diagonal AC y en el paralelogramo EFGH se traza la diagonal HF. Demuestre en la medida de la siguiente proposición "en estos paralelogramos cada diagonal los divide en dos triángulos congruentes" ¿qué sigue? ¿se requieren los siguientes pasos?



$\begin{cases} \Delta ADC \\ \Delta ABC \end{cases}$ son congruentes porque cumplen la condición $\hat{A} = \hat{B}$

¿se requieren los siguientes pasos? $\hat{A} = \hat{B}$

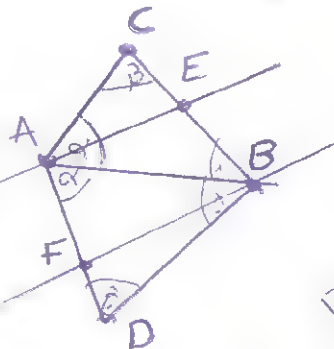
(23) ¿Se puede estar seguro que si un polígono tiene sus ángulos opuestos iguales se trata de un rectángulo?

No, todas las paralelogramas cumplen que sus ángulos opuestos son iguales



(34) La siguiente figura es un rombo $ABCD$ que fue construido a partir de dos triángulos equiláteros congruentes, se ~~trazan~~ trazaron los mediatrices de los lados BC y AD . ¿Es cierto que el cuadrilátero $AEBF$ es un rectángulo?

$ACB \cong ADB$



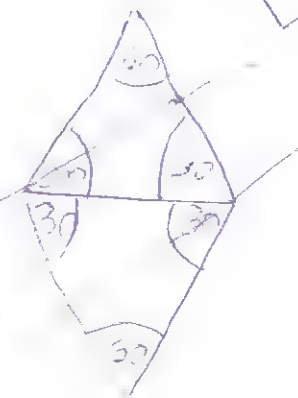
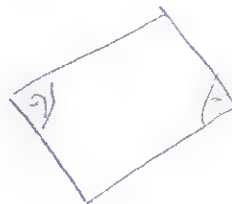
поучажи в ато

bitzeta после =
= 6 битб = después
за = del

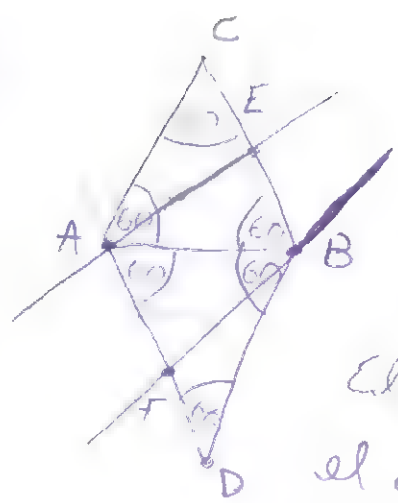
осмотрит =
examinar

Верно =
confiar

B = en



(34)



El segmento
 $\overline{EB} = \overline{AF}$ y el
 $\overline{AE} = \overline{FB}$ porque $\triangle ACB$ y $\triangle ABD$ son
 triángulos equiláteros.

El segmento \overline{AE} corta
 el ángulo $\angle A$ en partes
 formando en un ángulo
 de 90 grados. $(60 + 30)$
 $\angle FAE = 90$

Показала
 - presentando / mostrando
 $\angle BOD = 120$
 sobre

мужиком =
 hombre

Вот = eso

же ищине =

Трусики =
 = bragas

осточертело =
 = barto

пещерка =
 = cueva

можно =
 = posible

пж = por

продолжение =
 = continuación

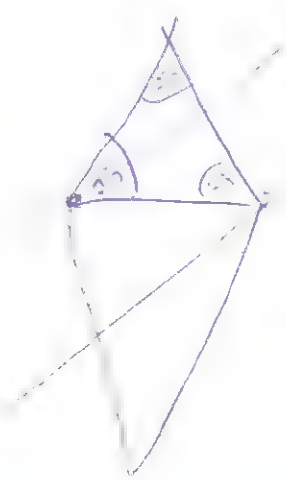
название =
 = nombre

хитот =
 = hito

~~El segmento EF es perpendicular a AC y el segmento FG es perpendicular a BD.~~

Y es cierto

E es el pto. medio
 de CB y F es el
 pto. medio de AD



$\overline{AE} \parallel \overline{FB}$ y como
 ambos son triángulos
 equiláteros congruentes,
 entonces ABCD es un
 cuadrado.

Trabajo Práctico I TP. 1

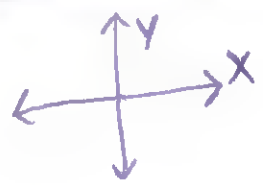
① Cuántas rectas pasan por tres puntos no alineados M, N y P y tomándolos de dos a dos?



Se tomaron de dos a dos sólo los ~~tres~~ una recta que pasa por dos ~~puntos~~ puntos.

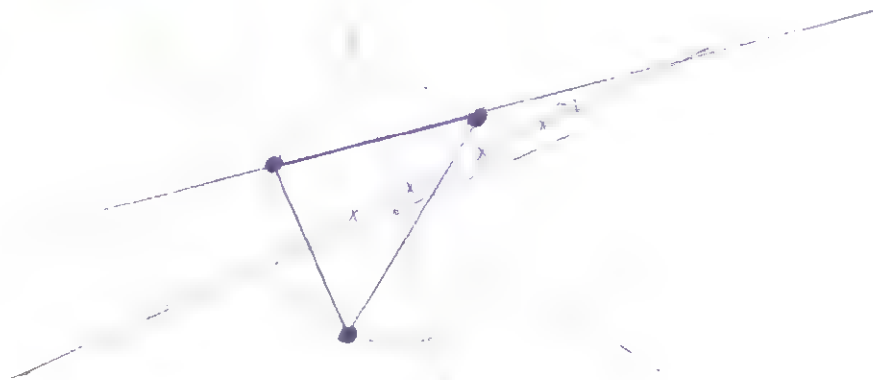
② Indicar ~~la~~ verdadero o falso. Justificar. I, en el caso que no memorio.

- a) Dos puntos pertenecen a una recta Verdadero
- b) Tres puntos determinan a un mismo plano Verdadero, ya que sólo hay 1 plano que los contiene y es paralelo a la recta q los une.
- c) Una recta tiene dos sentidos. falso
- d) Por un pto pasan infinitas rectas Verdadero
- e) Dos rectas segs determinan un plano. Verdadero



(3) Tres amigos que viven en Posorlo

El David y Olivero deciden quedar en un punto que esté a la misma distancia ~~que~~ de sus casas. ¿cómo calcular el lugar de la cita? ¿Cómo se llama en ~~matemáticas~~ ese punto? Haz el dibujo



La mediatriz es una recta perp a un lado del triángulo que pase por el punto medio de dicho lado. Todo triángulo tiene 3 mediatrices una relativa a cada lado y que estas se interseccionan en un punto denominado circuncentro.

El circuncentro de un Δ es el punto de int de las 3 mediatrices. Está a la misma distancia de todos los vértices.

ГОД НАЧЕ
ГОД НАЧЕ
ГОД НАЧЕ

СКОЛКО =
морти
УВИДЕЛ
= punto

(4) Se tiene un terreno rectangular de 20m por 40m y está un ~~pozo~~ pozo a un punto con una viga de 8m de largo. ¿cuál es la zona del terreno por la que el pozo puede correr? ¿existe una única respuesta?

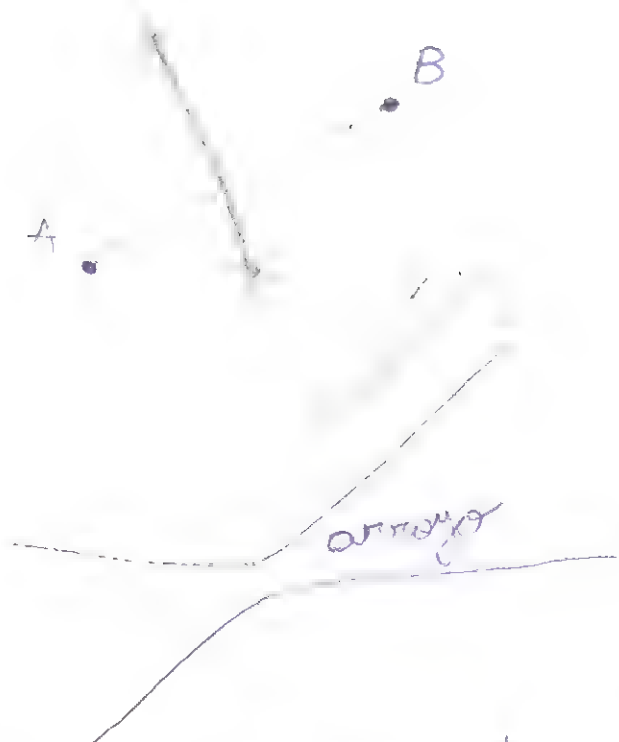


Se fue a dar al centro del terreno rectangular entonces ~~la~~ podrá recorrer el área de la ~~circunferencia~~ ~~de~~ radio 8m. Área de una ~~circunferencia~~ ~~de~~ πr^2

Entonces podrá recorrer $\pi \cdot 8^2 =$ ~~201,76~~ ~~metros~~ ~~201,76~~

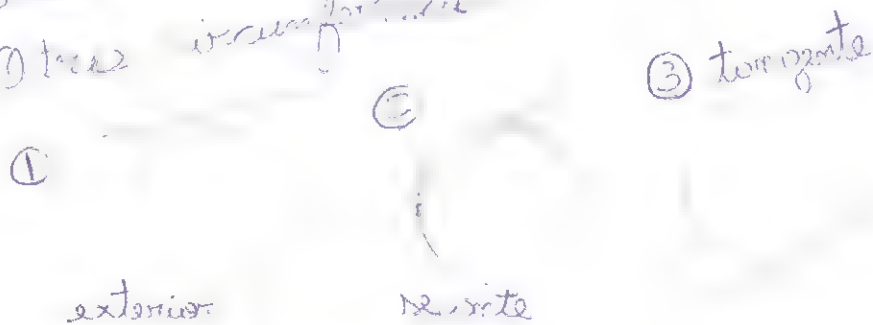
No existe una única respuesta ya que se está más cerca ~~de~~ de los límites del terreno ~~de~~ ~~teniendo~~ ~~cerca~~ terreno para correr.

(5) Dos ciclistas salieron en los puntos A y B corriendo en líneas rectas por el lado del campo, y en un determinado momento se encuentran. La razón en el momento instantáneo es con la misma velocidad (supongamos que recorren igual distancia en igual tiempo). ¿También tendrán que estar los lugares donde los ciclistas se encuentran? ¿Por qué? Escriban la respuesta y realicen el dibujo correspondiente en el momento necesario.

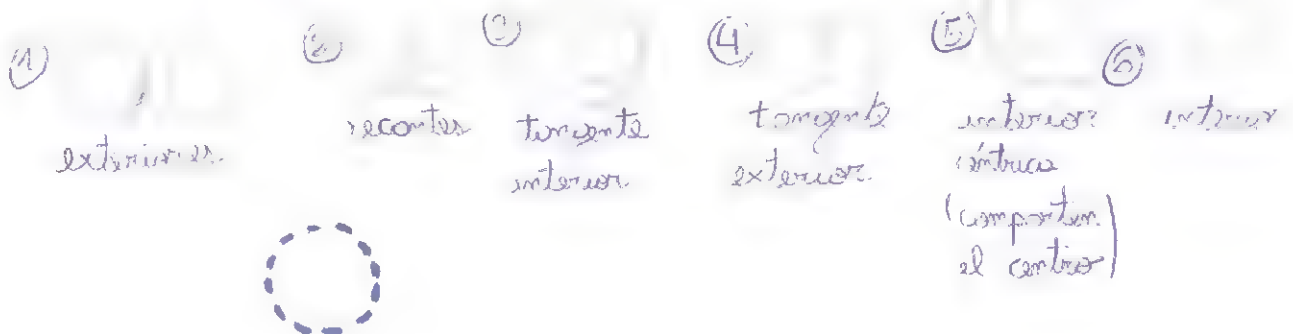


La mediatriz del segmento que une los puntos A y B es el lugar en donde se encuentran. Esto se debe a que esta recta biseca la mitad de la distancia total hacia el punto medio.

(6) Profundidad con los elementos correspondientes.
a) medir con las posiciones relativas de una circunferencia.
- Otras circunferencias



3 tres circunferencias



b) ~~También~~ Teniendo en cuenta el tema anterior, esto 158.
¿Qué papel es la relación existente entre

las distancias entre las circunferencias y las rectas con
el radio de la circunferencia.

La distancia entre

las distancias entre las circunferencias y las rectas d
contiene el radio de la circ. es la distancia entre
un punto de la circunferencia y el centro del círculo

- Si $d(C, r) = r \rightarrow$ tangente

- Si $d(C, r) < r \rightarrow$ secante

- Si $d(C, r) > r \rightarrow$ exteriores

La dist. entre la circ. y la recta es igual al valor abs.
-luto de la diferencia entre el radio de la circ. y la dist.
mínima entre las circunferencias y la recta, entonces la dist.
entre la circunferencia y la recta es $|r - d|$. ↑ ?

Si llamamos " r " al radio y " d " a la distancia/entre los centros
mínima entre la circ. y la recta, entonces

1) Distancia entre las circunferencias y los radios de las mismas.

La dist. entre la circunferencia y el radio es la misma.

La distancia es la suma de los radios en el caso de ser tangente \otimes

Distancia entre una recta r y una circunferencia

Se la determina por la longitud del segmento PC obtenido al trazar desde el centro de la circ. la perp. a la recta r considerada.

1.05

Как = как
сделать
= hacer

\otimes La dist. entre las circunferencias es igual al valor absoluto de la diferencia entre el radio de la circunferencia y la distancia mínima entre la circunferencia y la recta d_1 . Se le llaman "r" al radio de la circ. y "d" a la dist. mínima entre la circunferencia y la recta, entonces la dist. entre la circunferencia y la recta es $|r - d_1|$.



7) Dado una recta r y un punto A exterior, traza la circunferencia con centro en el punto A , que es tangente a la recta r . ¿Qué radio tiene?



El radio de la circ con centro A es igual a la distancia entre la recta r y la recta perpen-
-dicular a r que pasa por el punto A .

6) a) b) c)



a) $d = 1$ y $r = 2$ cm

b) si $d = 2$ cm. y $r = 1$ cm

c)



is vermulos

я Вернулся
= estar de
vuelta

почему is ушла
потому я ушёл?

porq me fui

какие plane ma
какие планы
и каковы?

cuales son esos

planes para
el conel?

is поучился
я РАЗУЧИЛСЯ

he aprendido

я говорю
ГОВОРЮ

hablo

и садов
СОЦСЕТЕЙ -
redes sociales

shuchus

УЧУ = aprendo
yo aprendo

skuzite
СКАЗУТЬ
= decir

slava

СЛОВО =

palabra

litro

ЛИТРО

= litro

③ Se $d = 5 \text{ cm}$ y $r_1 = 3 \text{ cm}$, $r_2 = 3 \text{ cm}$ y $m = 6 \text{ cm}$ **161.**

d distancia entre los circ C y la recta l , m es la dist entre las circunferencias y r el radio de la circunferencia

ПОУХАЖИВАЮ
= cuidar

Я ЗВОНЮ
Тебе =
te estoy lla-
-mando

ЛУЧШАЯ =
mejor
(femenino)
ЛУЧШИЙ =
mejor
(masculino)

4. Se $r_1 = 4 \text{ cm}$, $r_2 = 3 \text{ cm}$, $m = 2 \text{ cm}$ y
 $d = 4 \text{ cm}$ con respecto a C_1 .

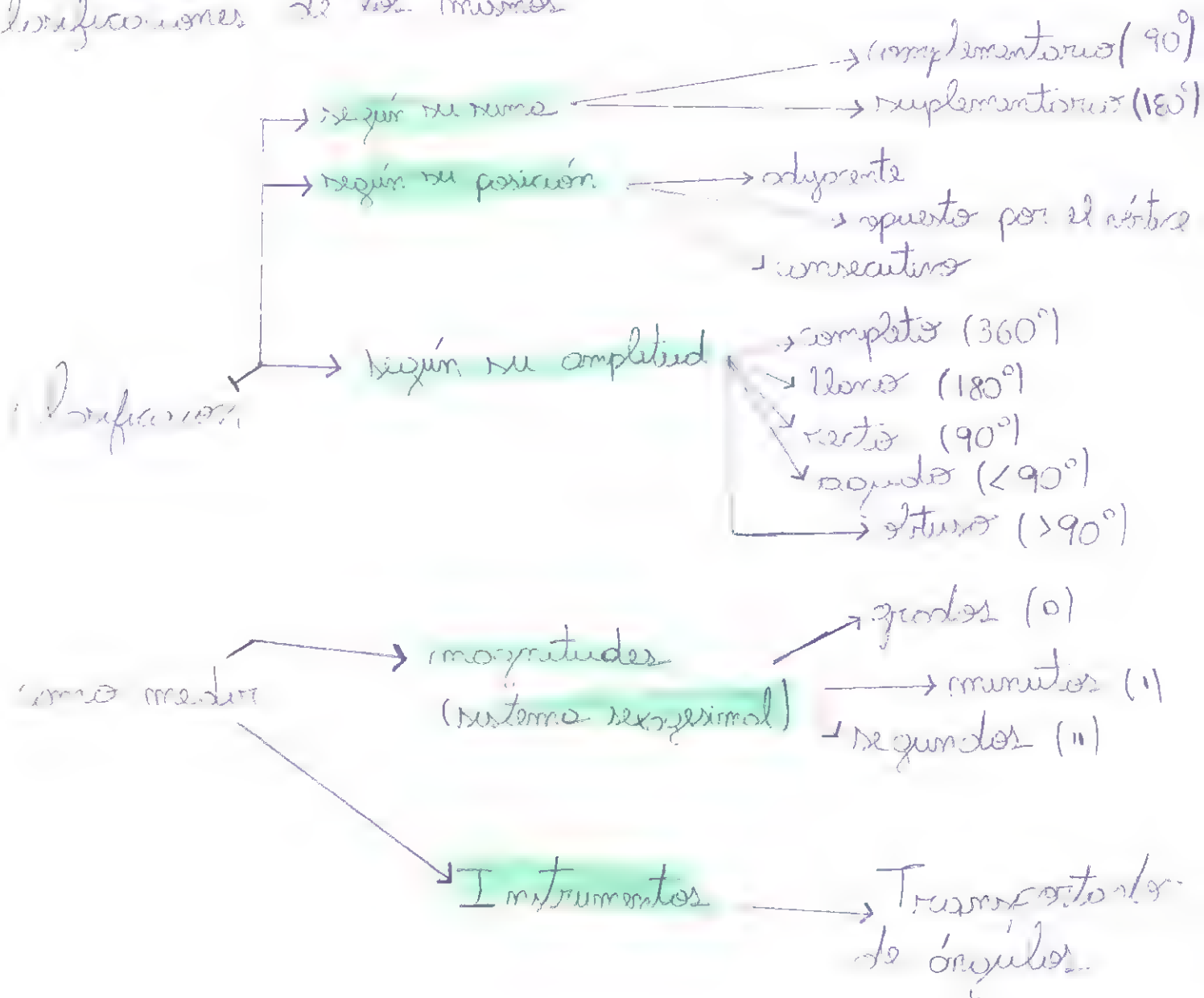
⑦ Resuelto anteriormente.

(8) Recabando información

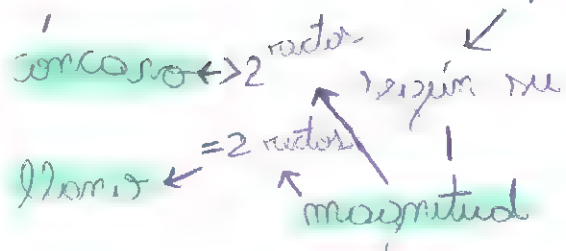
Definición de ángulo parte del plano comprendida entre dos semirrectas que tienen el mismo punto de origen o vértice.

Es la figura formada por dos semirrectas, llamadas lados, que comparten un punto final llamado vértice.

(6) Realiza una red conceptual que muestre las distintas clasificaciones de los mismos.



Tipos de ángulos



según su ubicación en una

Circunferencia

su vértice está

dentro

y se le llama

ángulo interior

un caso particular es el

ángulo central

en el cual

el vértice es el centro y sus lados son radios

sobre

puede ser

inscrito

si

sus lados son cuerdas

fuera

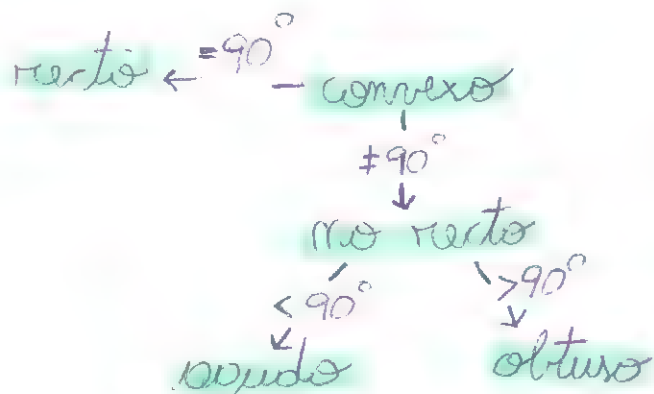
y se le llama

ángulo exterior

si

sus lados son cuerdas y tangente

sus lados son dos secantes o secante y tangente



Ángulos

se clasifican en

por su medida

agudo
obtuso
recto
lleno
completo

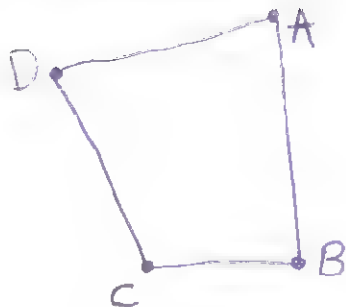
por su posición

por su suma

consecutivos, adyacentes
q. por el vértice
entre paralelos

complementarios
suplementarios

9. Dado lo siguiente figura



a. Clasificar los ángulos según su amplitud.

$\angle A$ es agudo

$\angle B$ es recto

$\angle C$ es obtuso

$\angle D$ es ~~recto~~ agudo

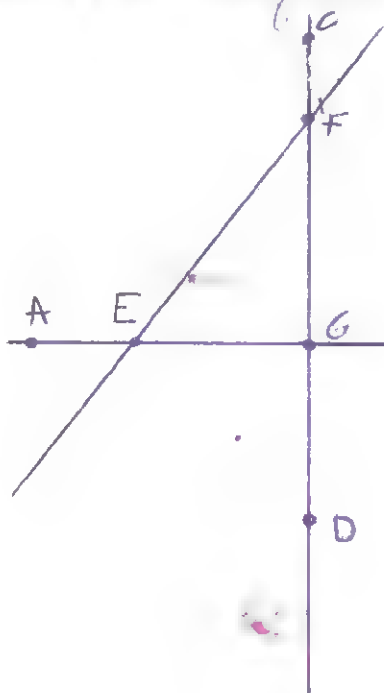
3er intento



⑥ ¿Cuál es el valor de la suma de todos los ángulos?

Es un trapecio es decir no posee lados paralelos. La suma de los ángulos interiores de un trapecio es igual a 360° .

⑩ En el siguiente gráfico indicar lo solicitado



a. Un ángulo recto:

$\angle FGB$

b. Un ángulo agudo: $\angle EFG$

c. Un ángulo llano: $\angle EGD$

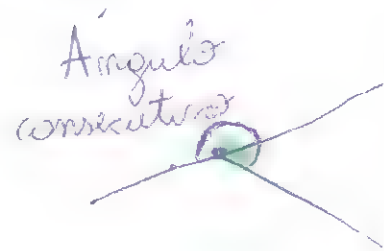
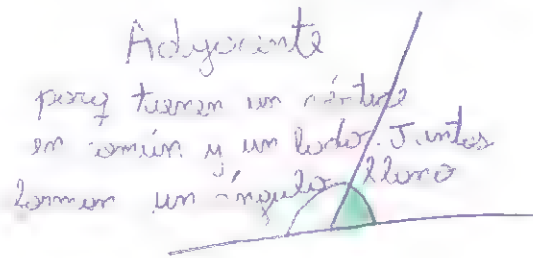
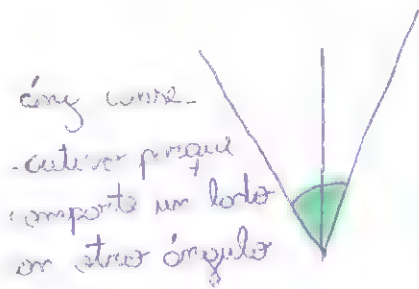
d. Un par de ángulos op / os el vértice: $\angle EGF$ y $\angle BGD$.

e. Un par de ángulos suplementarios: $\angle AEF$ y $\angle GEF$

f. Un par de ángulos consecutivos: $\angle BGF$ y $\angle EGF$

(con consecutivos se uno está al lado del otro)

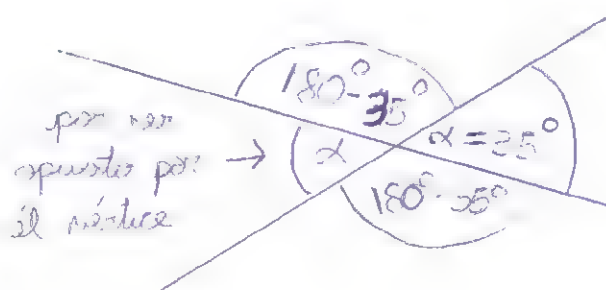
11) Los siguientes pares de ángulos, ¿son adyacentes? ¿son consecutivos? Justifica tu respuesta. 165.



Ángulo Adyacente: tienen el vértice y un lado en común y juntos equivalen a un ángulo llano.

Todos los ángulos adyacentes son ángulos consecutivos.

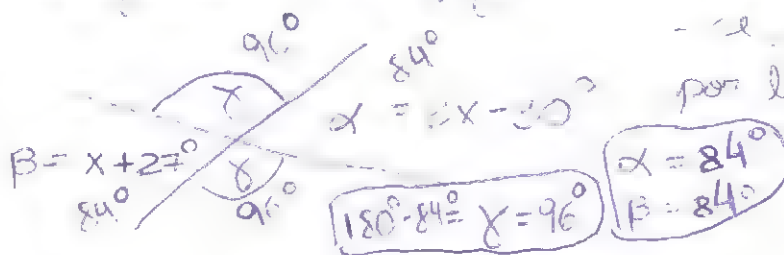
12) Se sabe que el ángulo $\alpha = 35^\circ$, calcula la medida de los ángulos restantes. Justifica las medidas.



Si uno de los ángulos mide 35° entonces el ángulo opuesto mide 35° por ser ángulo opuesto por el vértice. Los otros dos ángulos adyacentes son suplementarios. Entonces la suma de los dos ángulos adyacentes es 180° .

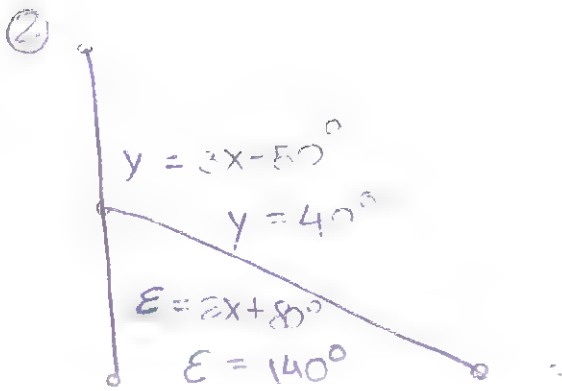
$$180^\circ - 35^\circ = 145^\circ$$

13) Con los datos brindados, calcula el valor de α .
- los ángulos de la figura



Por ser ángulos opuestos por el vértice, se cumple q. son iguales por lo tanto: $2x - 30 = x + 27$

$$\Rightarrow x = 57 \Rightarrow$$



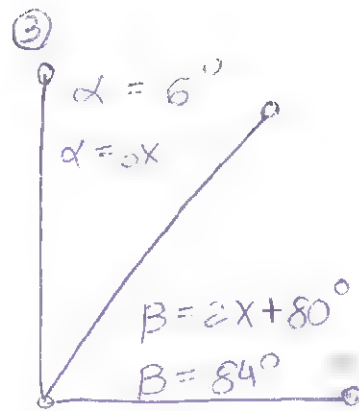
Por ser ángulos adyacentes se cumple que:

$$3x - 50^\circ + 2x + 80^\circ = 180^\circ$$

$$5x + 30 = 180^\circ$$

$$\boxed{x = 30}$$

$$\begin{cases} E = 140^\circ \\ y = 40^\circ \end{cases}$$



$$3x + 2x + 80^\circ = 90^\circ$$

$$\Rightarrow 5x + 80^\circ = 90^\circ$$

$$\Rightarrow 5x = 10^\circ$$

$$\boxed{x = 2^\circ}$$

$$\begin{cases} \beta = 84^\circ \\ \alpha = 6^\circ \end{cases}$$

Triángulos

⑭ Realiza un cuadro sinóptico diagrama y red con la clasificación de los triángulos según sus lados y sus ángulos.

Clasificación

lados

isósceles → tienen 2 lados iguales

equilátero → tienen 3 lados iguales

escaleno → tienen 3 lados desiguales

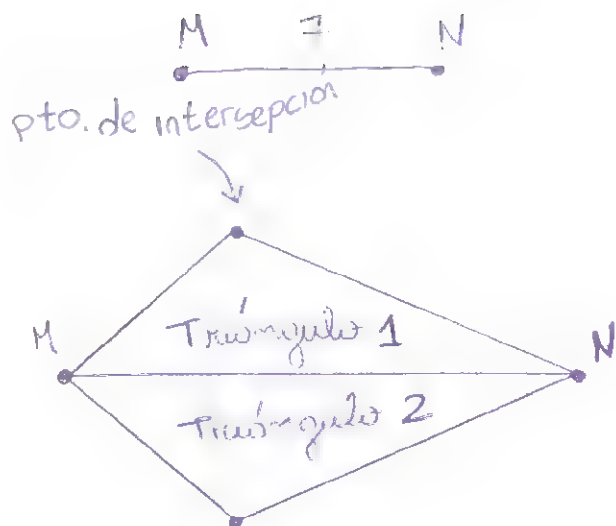
ángulos

acutángulo → 3 ángulos agudos

rectángulo → alguno de ellos recto

obtusángulo → si tienen un ángulo obtuso

15 Los puntos M y N están a 7 cm y son los vértices de un triángulo. Halla un punto H que esté a 3 cm de M y a 5 cm de N a lo largo del triángulo.



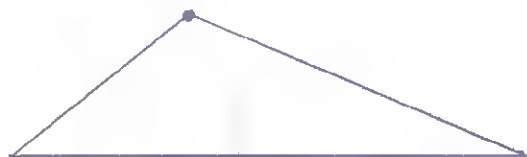
↑
Circunferencia
de radio 3 cm.

$$7^2 =$$

$$3^2 + 5^2 = h^2$$

$$34 = h^2 \Rightarrow h = \sqrt{34}$$

← Circunferencia
de radio 3 cm.



⑩ Responder justificando. ¿Será verdad que:

a.) Todos los triángulos equiláteros son isósceles.
Sí porque un Δ es isósceles cuando posee dos lados iguales o dos ángulos iguales y el equilátero posee: por lo tanto *

DEFINICIÓN Los Δ isósceles tienen dos ángulos iguales y uno diferente. Esto hace que tengan dos lados iguales y uno diferente también. El lado que es distinto es precisamente el que está entre los ángulos iguales.

* También es isósceles N; Todo triángulo equilátero es un caso especial de los Δ isósceles, por presentar un 3^o lado de igual medida que los otros dos.

(6) Algunos triángulos pueden tener un ángulo obtuso y uno recto? 168.

Por lo sumo de los ángulos interiores de un Δ debe ser 180° . Si un ángulo es recto (90°) entonces ~~los otros~~ los otros dos ángulos tendrán que sumar $180 - 90 = 90^\circ$, por lo tanto no es posible que haya un ~~ángulo~~ ángulo de 90° y otro de $>90^\circ$.

(7) ¿Algun triángulo puede ser isósceles y rectángulo?

for sure. Existe un Δ llamado ~~un~~ triángulo rectángulo isósceles que en donde dos de sus ángulos miden 45° y el otro mide 90° y los dos catetos son de la misma longitud.

(8) Los ángulos de un Δ equilátero siempre son iguales. ¿Por qué? La respuesta es una propiedad de todo Δ equilátero.

(9) Contesta justificando.

(a) ¿Cuántos ángulos obtusos puede tener un Δ ? ¿Por qué? Sólo 1 ángulo porque la suma de los ángulos interiores de un triángulo debe sumar 180 . Si tuvieramos dos ángulos mayores a 90 la suma de los 3 ángulos sería mayor a 180° .

(b) Un Δ puede ser obtusángulo y rectángulo a la vez? ¿Por qué? No porque la suma de los ángulos interiores de un Δ debe ser 180° y si un ángulo mide $>90^\circ$ ~~los otros~~ la suma de los otros dos Δ deben ser $<90^\circ$, por lo tanto no puede ser obtusángulo y rectángulo a la vez.

c) Puede un triángulo tener dos ángulos rectos? Por qué?

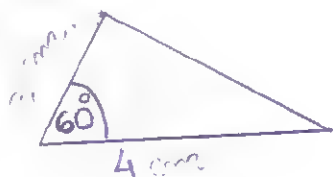
169.

Por la misma razón explicada anteriormente la suma de sus ángulos internos deben dar 180° , no se puede tener dos ángulos de 90° porque sumación 180 y el 3^{er} ángulo tendrías que valer 0° , lo cual no es válido. ~~no se puede tener dos ángulos de 90° porque la suma de los tres ángulos internos debe ser 180° , por lo que el tercer ángulo sería 0° , lo cual no es posible.~~

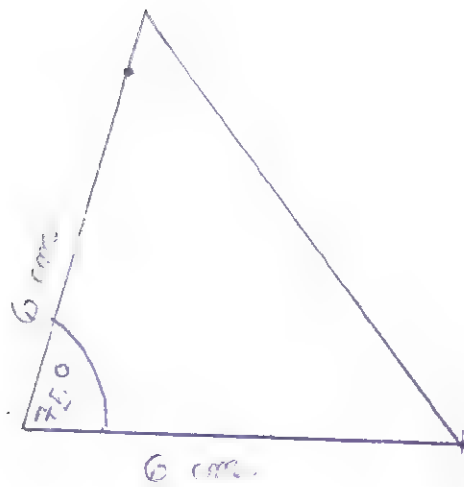
d) Un triángulo puede ser rectángulo e isósceles? Sí, el triángulo ~~isósceles~~ rectángulo ^{isósceles} posee dos catetos de la misma longitud, y los ángulos interiores son de $45^\circ - 45^\circ - 90^\circ$.

18) Construye un triángulo sabiendo que

a) dos lados miden 4 cm y 2 cm y el ángulo comprendido entre ellos es de 60° .



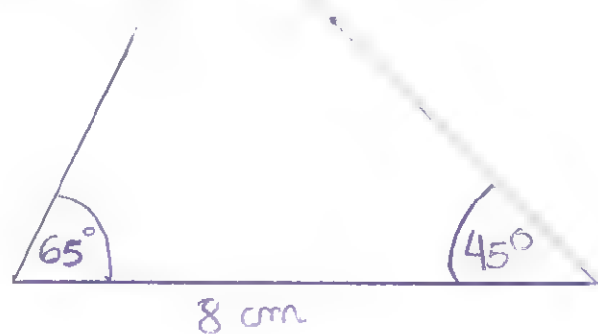
b) dos lados miden 6 cm y el ángulo comprendido entre ellos es de 75° .



(C) un lado mide 8 cm. y los ángulos adyacentes a él son de 45° y 65° .

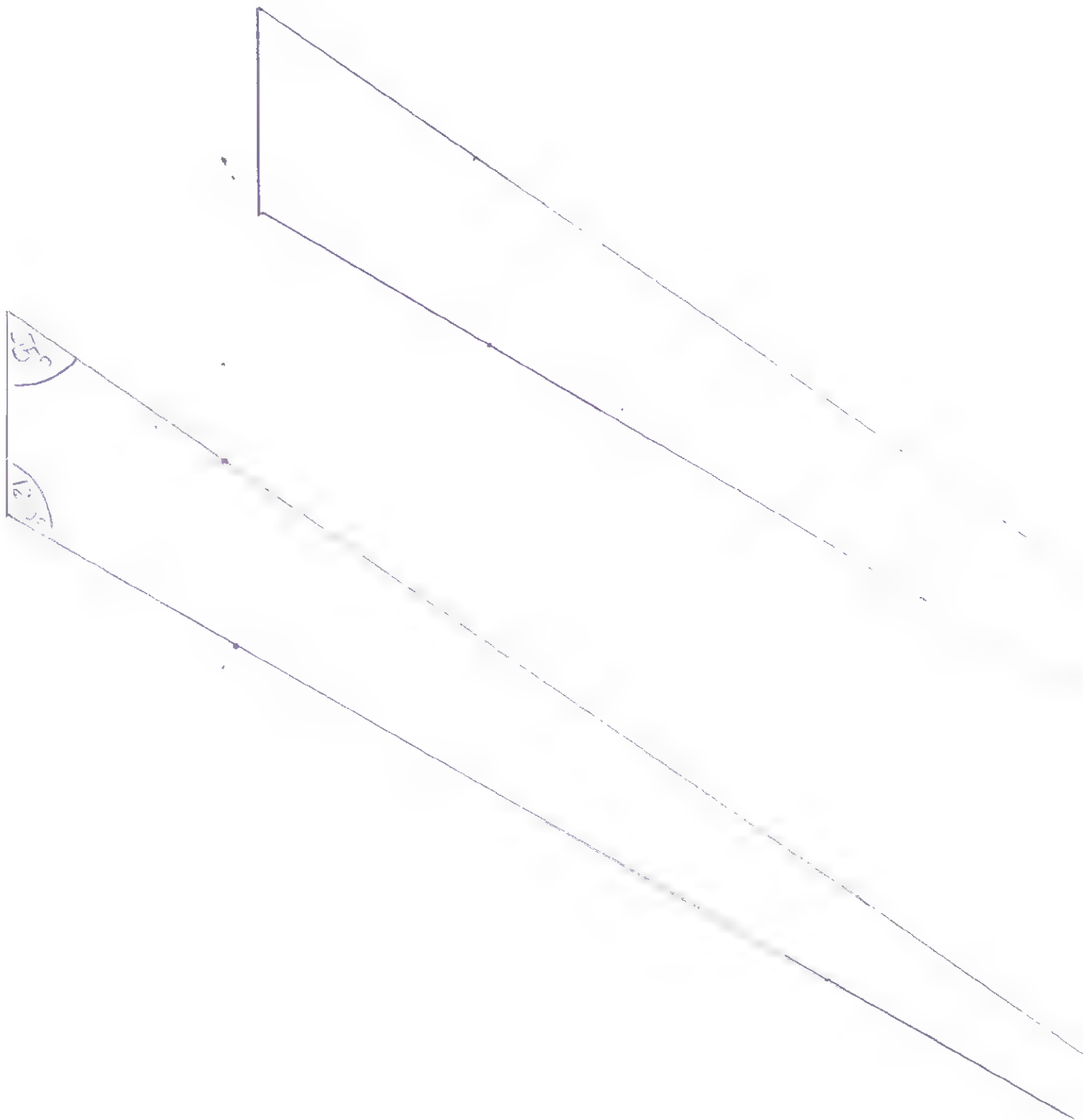
Ángulos adyacentes son aquellos ángulos que tienen el vértice y un lado en común y juntos equivalen a un ángulo llano (180°)

El ángulo interior y exterior que comparten el mismo vértice en un \triangle son ángulos adyacentes



el lado de 8 cm, es el lado común o los ángulos 45° y 65°

171.
D un lado mide 4 cm y los ángulos adyacentes
a él son de 120° y 55° .



(18) (d) Um lado mide 4 cm y los ángulos adyacentes a él son de 120° y 55° . 172.

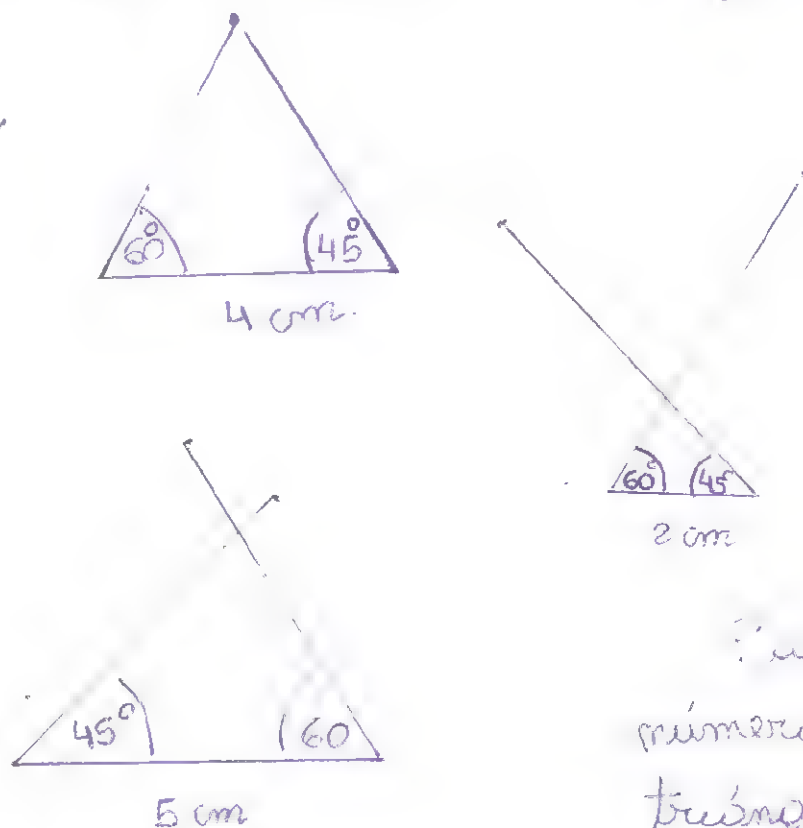


4 cm.

173.
 (19) Dados dos ángulos de 45° y 60°
 ¿puede construir dos ángulos distintos?
 ¿Cuántos sí pueden construir?

~~18) ¿Es que la suma de los ángulos de un triángulo es 180° ?
 Si es así, ¿pueden construir dos triángulos con los mismos ángulos?
 Si no, ¿por qué?~~

Sí, se pueden construir infinitos triángulos
 porque puede variar la longitud de un lado



Puede tomar cualquier
 número real y hacer un
 triángulo diferente.

(20) Calcular el valor de los ángulos de los triángulos Δ . Graficar con los medidores hollados. 174.

a)

$$\alpha = 3x + 20^\circ$$

$$\gamma = 3x + 10^\circ$$

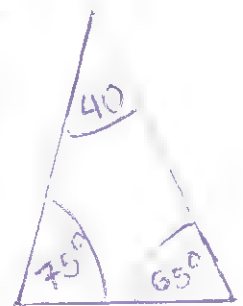
$$\beta = 40^\circ$$

$$3x + 20 + 3x + 10 + 40 = 180^\circ$$

$$6x + 70^\circ = 180^\circ$$

$$x = \frac{110^\circ}{6}$$

$$x = 18,33$$



~~$\alpha = 75^\circ$~~
 $\alpha = 75^\circ$
 $\gamma = 65^\circ$
 $\beta = 40^\circ$

b)

$$\pi = 5x - 10$$

$$\alpha = 2x + 16$$

$$\beta = 90^\circ$$

$$\pi + \alpha + \beta = 180^\circ$$

$$5x - 10 + 2x + 16 + 90 = 180^\circ$$

$$7x + 96^\circ = 180^\circ$$

$$7x + 96^\circ = 180^\circ$$

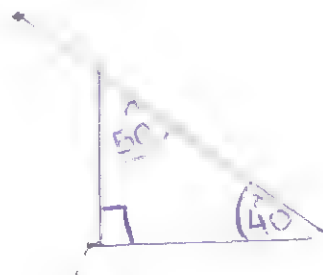
$$7x = 84^\circ$$

$$x = \frac{84^\circ}{7}$$

$$\pi = 50^\circ$$

$$\alpha = 40^\circ$$

$$\beta = 90^\circ$$



(2) Exponer y justificar

175.

¿Es verdad que se puede...?

a) Hacer un Δ cuyos lados midan 10 cm, 3 y 4?

Es posible este Δ se llamo triángulo imposible

b) Hacer un Δ cuyos lados midan 5, 6 y 9 cm?

si porque $5+6 > 9$, $5+9 > 6$ y $5+6 > 9$

se dan cumplimiento desigualdades triangulares

c) Construir un único Δ sabiendo que un lado mide 3 cm y el otro 6 cm? No es posible por poder construir un triángulo único en muchos casos la medida de el otro lado más o un ángulo.

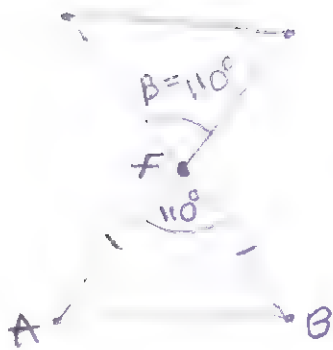
(3) Hallar las medidas de los ángulos del triángulo AFB

suma de los áng. int. de un Δ es 180°

En todo triángulo cada ángulo exterior es igual a la suma de los int. no adyacentes a él.

$$52^\circ + 80^\circ = 132^\circ$$





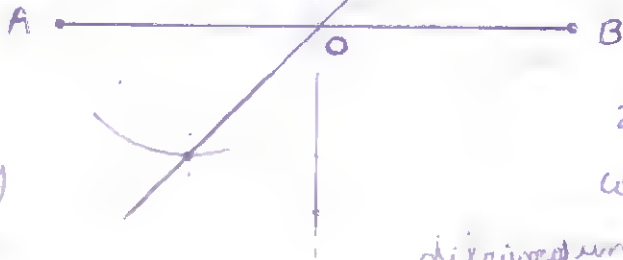
Como $\overline{AF} = \overline{BF}$ entonces sus
ángulos tienen que ser iguales
~~los dos~~ es decir $\triangle FAB$ y $\triangle ABF$
tienen que valer $\frac{180^\circ - 110^\circ}{2}$

Trazados

(1) Con regla y compas trazar las mediatrices
o bisectrices según corresponda:

(a) $AB = 7 \text{ cm}$ mediatriz

1. Con regla y compas
trazar la mediatriz
del segmento



Trazamos un
arco arriba y
abajo, luego
unimos ambos puntos.

Bisectriz

Con centro en O dibujamos
un arco de circ que tenga
un radio cualquiera que contenga
a los puntos a los lados del
ángulo dado

2. Con centro en los dos
cortes aporamos cualquier radio y
dibujamos un arco por encima y uno por
abajo que antes

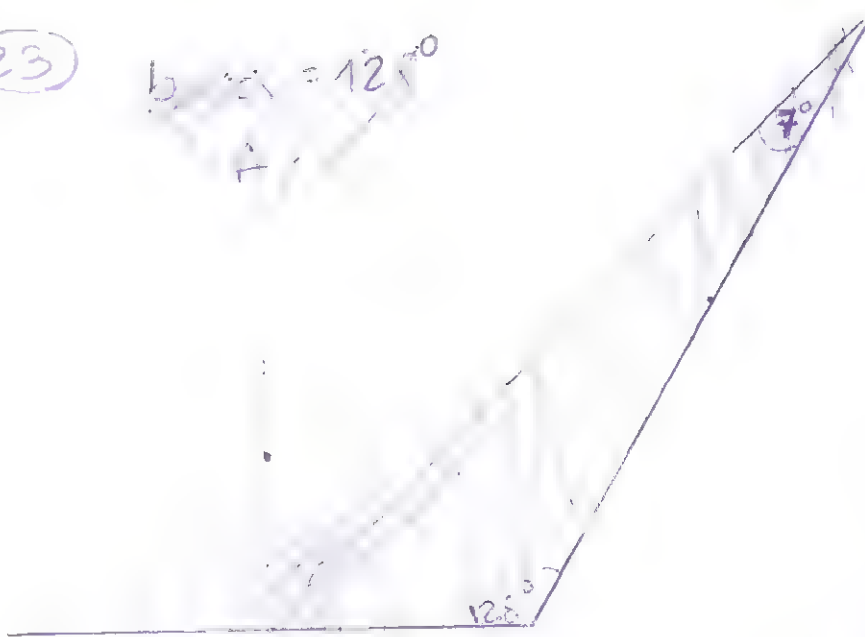
3. Los dos arcos se cortarán en
un 3er punto.

4. Trazamos una recta que
uno los puntos.

(23)

$$b \sin A = 12 \sin 70^\circ$$

A

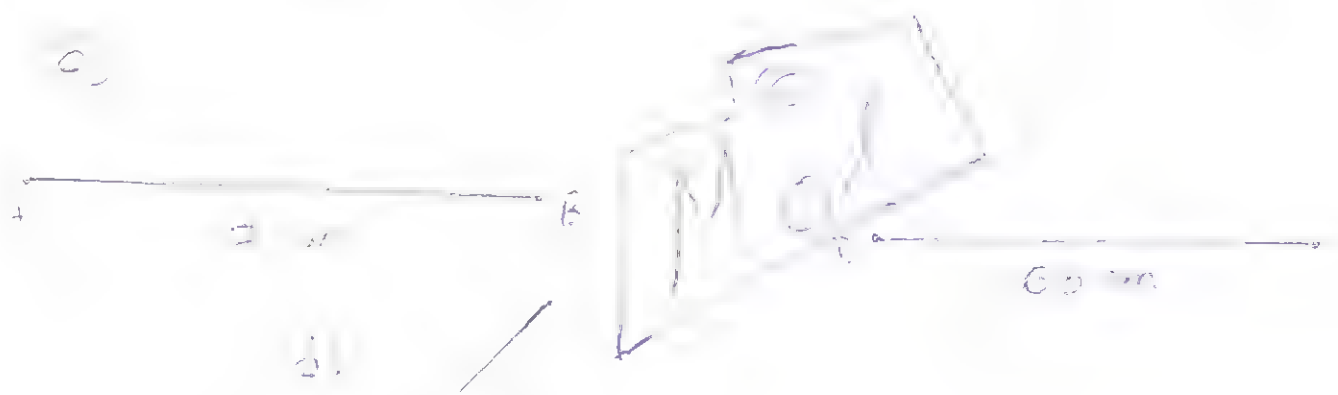
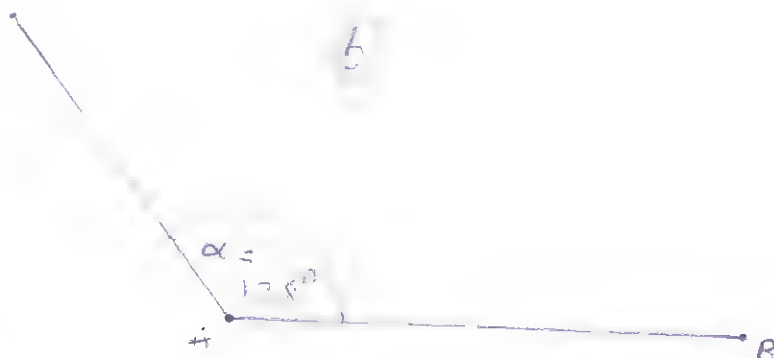


$$a \sin 40^\circ = 5 \sin 110^\circ \quad b = 6.5 \text{ m} \quad p = 40^\circ$$



2) En region a compa. tringon la mediatrice 178.
o bisectrices segun corresponde:

a $AB = 7 \text{ cm}$



(23) con regla y compás trazar los
medidores de longitud según corresponde

179.

$$AB = 7 \text{ cm}, \alpha = 128^\circ, DC = 6,5 \text{ cm}, \beta = 45^\circ$$



$$180^\circ - 52^\circ - 45^\circ$$

$$= 83^\circ \rightarrow$$

2 cm

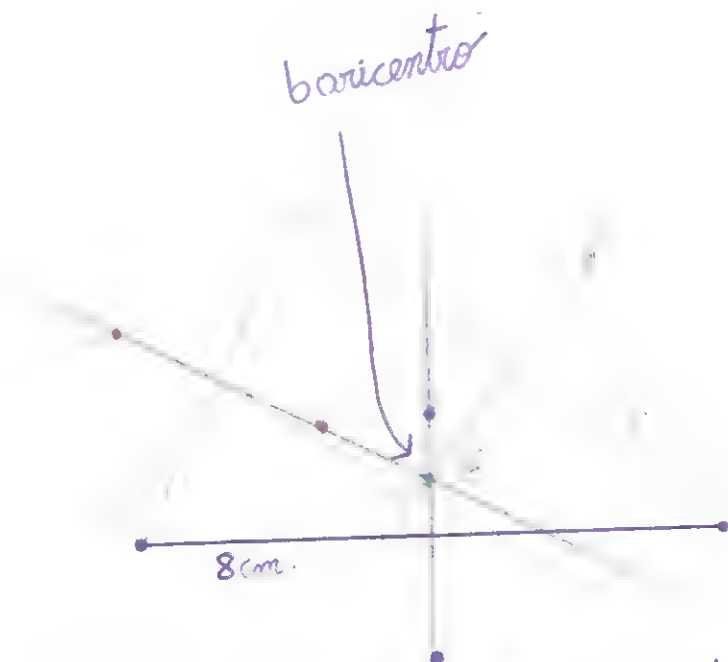
ligero error (medí 82° en vez de 83°)

(24) Construir un triángulo

180.

a escalera en el cual uno de sus lados mida 8 cm. y hallar el baricentro.

превращаем
= convertir



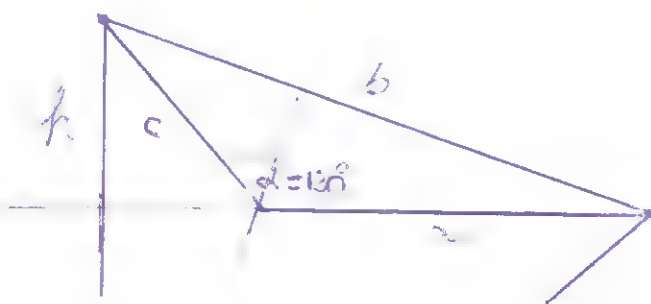
baricentro: es el punto de corte de los tres medidores.

Los medidores de un Δ son los rectos q. unen el punto medio de un lado del Δ con el vértice opuesto. El baricentro se expresa con la letra G.

(b) obtusángulo donde el ángulo $\alpha = 130^\circ$ y en el hallar el ortocentro

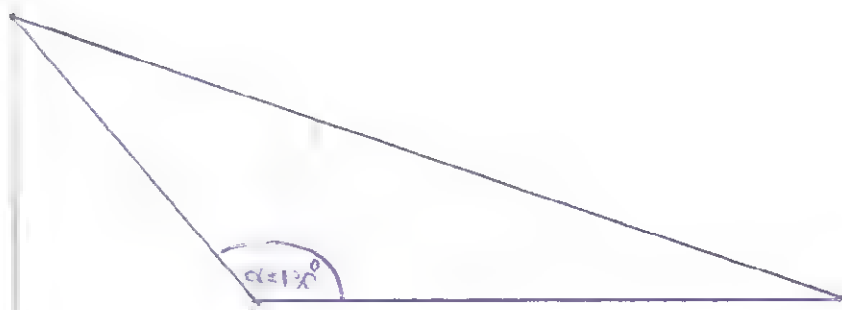
ortocentro: punto donde se cortan los 3 alturas de un Δ .

Trazar una perpendicular a cada lado q. pase por el vértice opuesto.



(b)

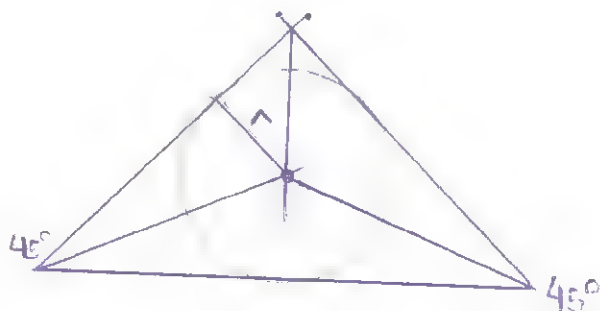
181.



Tenés que hacer lo
perp de cada lado que po-
-se por el vértice del lado
opuesto. En este caso
hay que prolongar el Δ .

(c) vértices y hallar el incentro

De tenés dos angu-
-los iguales, tenés
dos lados iguales y
~~el~~ viceversa



Incentro : ave. que son
tangente a los lados del Δ

Hallé los bisectrices
de cada ángulo y la
intersección es el incentro.

Pero hallar el radio
trazamos un perp desde
uno de los lados.

(25)

Para hallar el ángulo de la ~~el~~ ~~longitud~~ la bisectriz

183.
poni el compas en este punto y con el mismo radio marca donde corte con el arco dibujado anteriormente
← hará un arco de cualg. radio

Polígonos clasificación número de diagonales de un polígono convexo.

26. Buscote en distintos bibliografías

a Definición de polígono y sus elementos.

Don figuras planas formadas por una línea poligonal cerrada y su interior. Cualq. figura plana que esté formada por "lados rectos" es un polígono

Un polígono es cualq. forma bidimensional formada por líneas rectas.

Los elementos de un polígono se establecen a 3 niveles

1. En su línea poligonal: lados, vértices y ángulos (int y ext)
2. En su interior: el elemento más importante son las diagonales. Aunque podríamos establecer otros elementos como mediatrices de sus lados y bisectrices de sus ángulos. En los polígonos regulares ~~se~~ también se establecen ~~se~~ apotemas, los radios, el centro y áng. int
3. Cálculos especiales: los principales son el perímetro (la suma de todos sus lados) y la superficie o área (lo q mide su espacio interior)

⑥ Clasificación

184.

Según su número de lados, vértices y ángulos.

~~Polígonos regulares y no regulares según sus
lados y ángulos. Un polígono es regular si todos sus lados y
sus ángulos interiores son iguales. De no ser así, es irregular. De un polígono
tiene los lados iguales y los ángulos no o viceversa se dice que es irregular según sus lados
o irregular según sus ángulos. (tamb. se puede llamar equilateral o regular según sus lados
y equiangular o regular según sus ángulos)~~

Hay muchas clasificaciones pero la principal es:

Un polígono es regular si todos sus lados y sus
ángulos interiores son iguales. De no ser así, es irregular.
- tiene los lados iguales y los ángulos no. o viceversa se dice que es regular según sus
- lados. (tamb. se puede llamar equilateral) o regular según
- sus ángulos. (tamb. se puede llamar equiangular)

Diagonales Son segmentos de líneas que unen dos vértices
no adyacentes no adyacentes de una figura como un polígono.
(2+) En el número de diagonales que pueden trazarse desde
un vértice de un polígono es igual a la suma de los ángulos
interiores dividido por 240° . De que polígono se trata.
En un polígono regular todos los ángulos interiores son iguales
y la suma es igual a $180^\circ \times (n-2)$.

$\frac{n(n-3)}{2}$ es la fórmula para ~~calcular~~ calcular el n.º de diag. de
un polígono.

~~1080~~

~~180(n-2) = 240~~

~~360(n-2) = 240(n-3)~~

~~360n - 720 = 240n - 720~~

~~360n - 240n = 720 - 720~~

~~120n = 0~~

~~n = 0~~

Entonces el número de diagonales que se pueden trazar en un polígono convexo es

~~27~~

27

$$\frac{180 \times (n-2)}{240} = \frac{n(n-3)}{2} \Rightarrow \frac{3}{4}(n-2) = \frac{n(n-3)}{2} \Rightarrow$$

$$\frac{3}{4}(n-2) = \frac{n(n-3)}{2} \Rightarrow \frac{3}{2}n - 3 = \frac{n^2 - 3n}{2} \Rightarrow n^2 - \frac{9}{2}n + 3 = 0$$

$$\Rightarrow 2n^2 - 9n + 6 = 0$$

$$\frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$\frac{9 \pm \sqrt{9^2 - 4 \cdot 2 \cdot 6}}{2 \cdot 2}$$

$$\frac{9 \pm \sqrt{33}}{4}$$

~~9/2 - 3/2~~

polígono

Esto significa que el ~~polígono~~ no puede ser regular.

$$X_1 = 0.813859$$

$$X_2 = 3.68614$$

∴ se trata de un polígono irregular ???

(18) Si el número de lados de hexágono se duplica ¿cuál será el nuevo número de diagonales?

Si el número de lados se duplica se convierte en un dodecágono y posee 54 diagonales.

(19) Calcule el número de diagonales que se puedan trazar en un polígono convexo de:

(a) 7 lados

Nº de diagonales = $\frac{n(n-3)}{2}$, donde n es el número de ^{lados} ~~diagonales~~ del polígono.

= 14

(b) 12 lados

Nº de diagonales = $\frac{12(12-3)}{2} = 54$

(c) 35 lados

Nº de diagonales = $\frac{n(n-3)}{2} = \frac{35(35-3)}{2} = 560$

(20) Si por cada vértice de un polígono convexo se pueden trazar 5 diagonales, establece el número de lados del polígono. De la fórmula mencionada se puede ver que $\frac{n(n-3)}{2}$ donde n es el número de lados pero en este caso tomaremos solo $n-3$

$n-3 = 5 \Rightarrow n = 8 \Rightarrow \boxed{n=8}$

Movimientos del péndulo

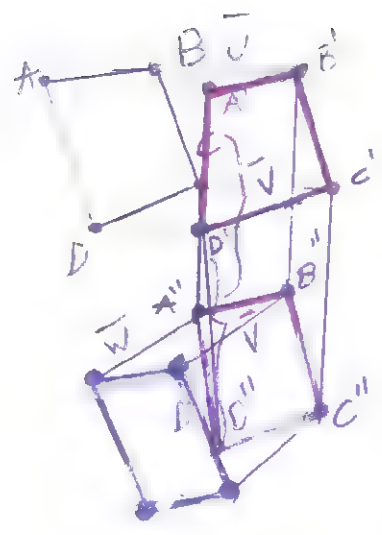
187.

(a) Traslación

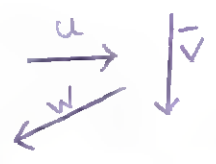
Construimos un Δ rectángulo isósceles ABC , vertice A , cuyos lados iguales midan 4 cm el mismo sentido las siguientes traslaciones

(a) \vec{v} es equivalente con el vector AC
equivalente cuando poseen igual módulo, dirección y sentido

De cada vertice B o C prolongar 4 cm igual a la dirección del vector



Los paralelos
de contruccion con
escuadra y cartablon



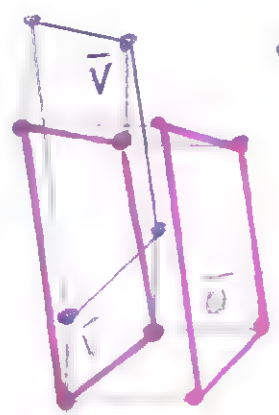
Quizas si sólo hubiera una
de la traslación \bar{V} conseguiria
el mismo resultado Nor

(b) $T_{\bar{V}} \circ T_u$

Ver
video
guardado
en
playlist

para
delajar

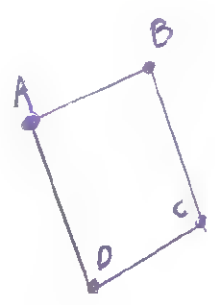
paralelos
(transformacion y rotacion
de figuras)



(2) Aplaz ~~los~~ a los ~~figuras~~ a los ~~figuras~~ a lo comp
de traslaciones indicadas, e indica si \exists una única
transformacion, que en todo caso los ~~transforma~~
transformacion, que en todo caso los ~~transforma~~



(a) $T_u \circ T_{\bar{V}} \circ T_w$



Hacerlo con
escuadra y cartablon

giros

52) Construir un romboide $MNPH$ cuyos diagonales m.
 den $D_1 = 6 \text{ cm}$ y $D_2 = 3 \text{ cm}$, cuyo intersección es el pto
 O. El mismo realízalo a los siguientes giros.

a) $G(M, 90^\circ)$ Temp que gira sobre el punto M

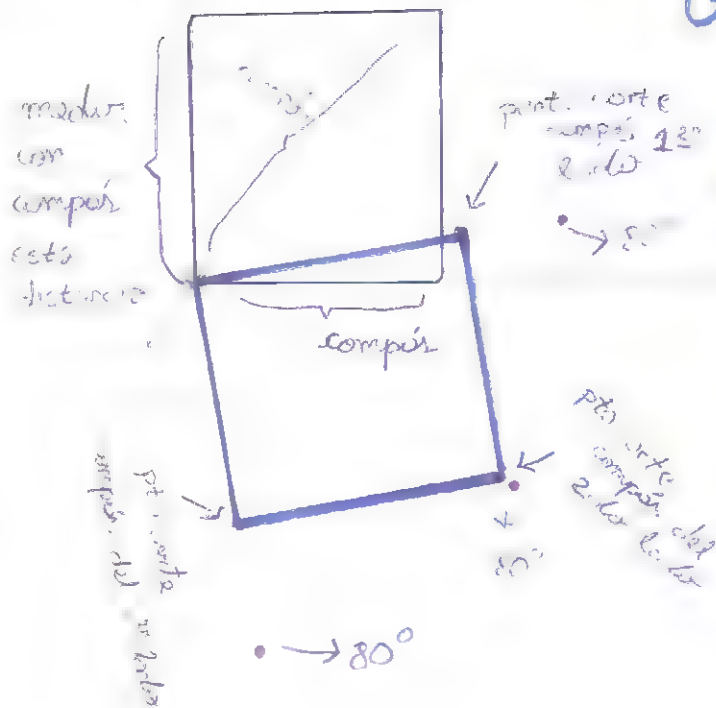


Podemos hacer Tracer por giro.

- 1) Gira un unico lado y a partir de ahí por triangulación dibujar la figura.
- 2) Tomar dos puntos qdo uno por separado y luego conectar los puntos resultante.



← líneas de rotación alinee el semicírculo ~~de~~ **191.**
Giro de 80° en cada uno



~~trazado~~ ~~del~~ ~~punto~~ ~~con~~ ~~líneas~~ ~~discontinuas~~
~~trazado~~ ~~del~~ ~~punto~~ ~~con~~ ~~líneas~~ ~~discontinuas~~
~~trazado~~ ~~del~~ ~~punto~~ ~~con~~ ~~líneas~~ ~~discontinuas~~

Trazé líneas del centro de rotación hacia cada uno de los ejes

Poné el semicírculo en cada uno de las líneas medi 80° grados, ~~poné~~ ~~el~~ ~~punto~~ ~~donde~~ ~~medi~~ ~~80°~~
~~y~~ ~~uní~~ ~~los~~ ~~puntos~~ ~~con~~ ~~la~~ ~~línea~~ ~~de~~ ~~rotación~~
y uní con una línea de puntos desde el ej. de rotación hacia la marca de 80°

Luego con el compás medi cada lado y ~~marcó~~ ~~donde~~ en la línea de puntos, trázala la amplitud del primer lado correspondiente al El primer lado cortado con la primera línea de puntos. El segundo lado intersección con la 2da línea (todo con el compás)

⑤ Construir un romboide $MNPH$ cuyas diagonales midan $D_1 = 6\text{ cm}$ y $D_2 = 3\text{ cm}$, cuyo intersección es el punto O .
 1. marcar midiendo los siguientes datos

Romboides

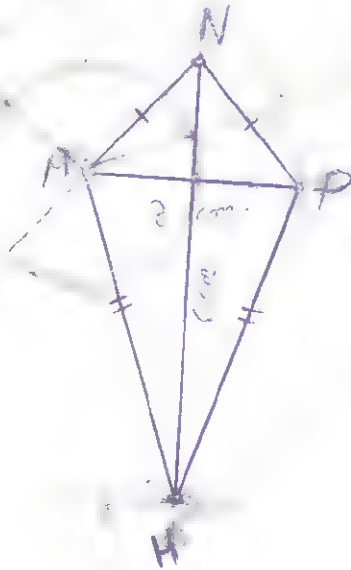
• Trapezoidal

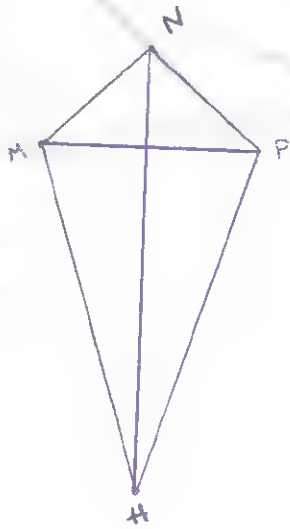
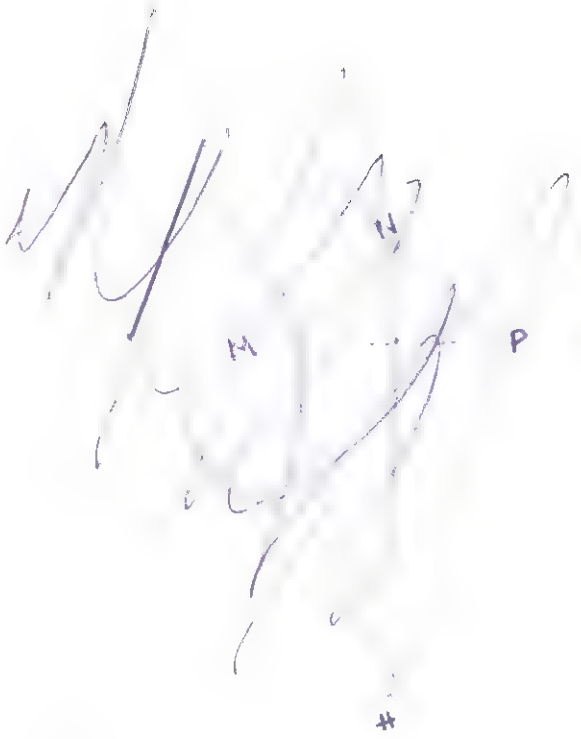
• Dos pares de lados consecutivos iguales

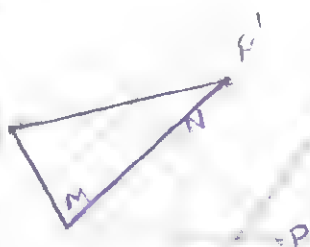
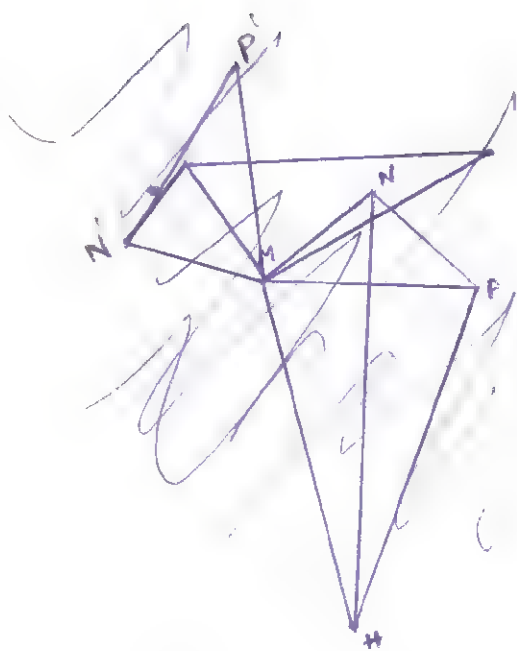
• Ángulos determinados por los lados no iguales son iguales.

• Diagonales perpendiculares

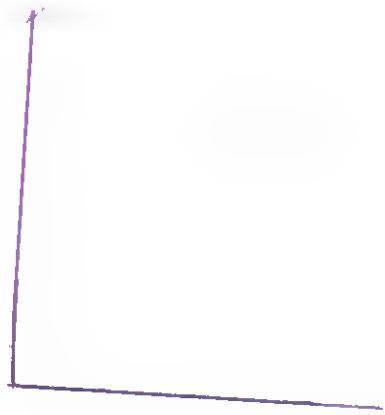
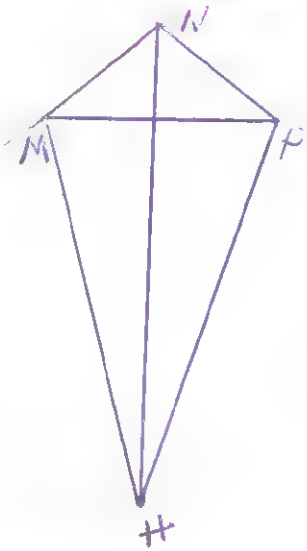
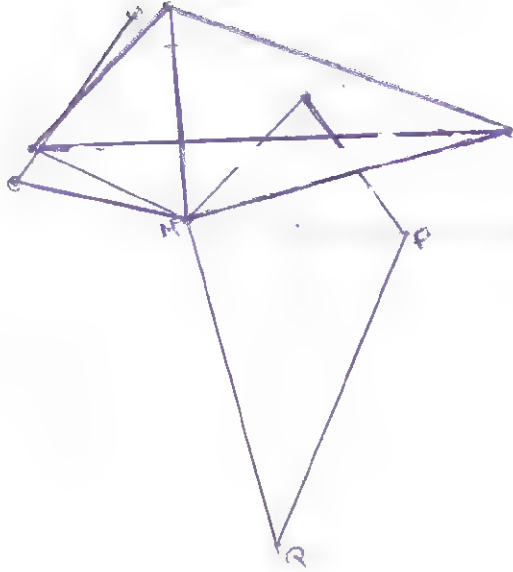
• Diagonal principal es bisectriz de los ángulos que se interseca u mediatriz de la diagonal secundaria.

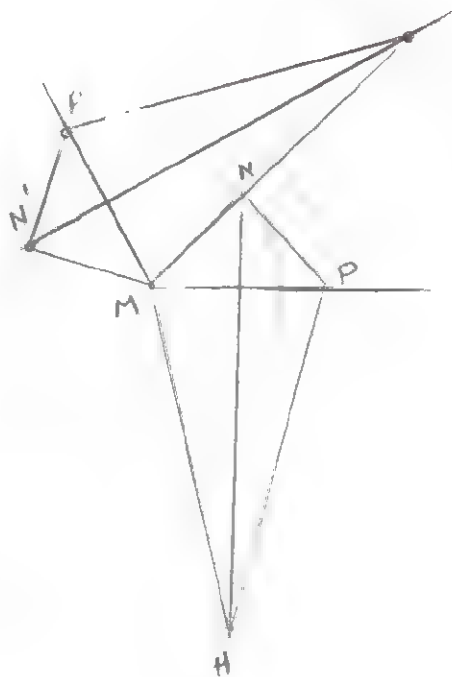
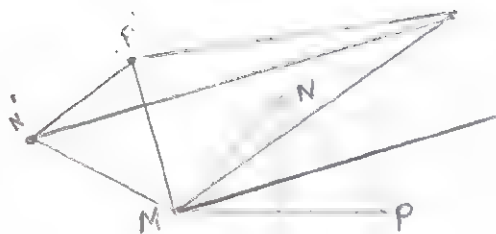


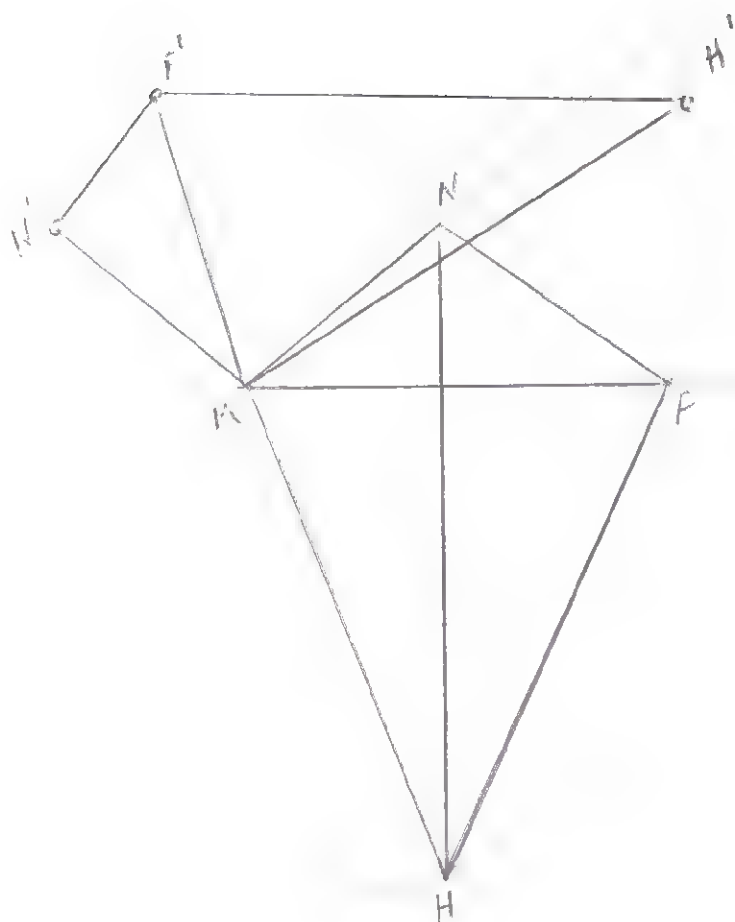


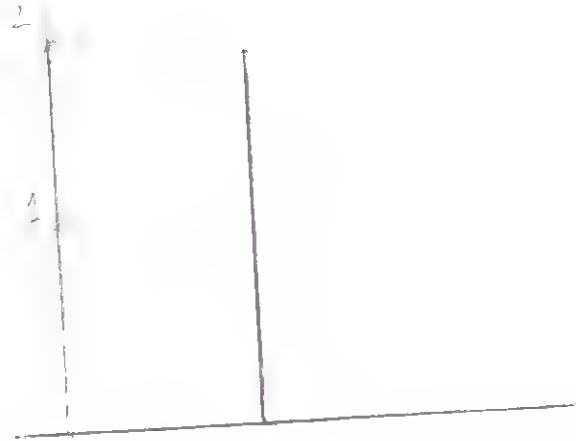
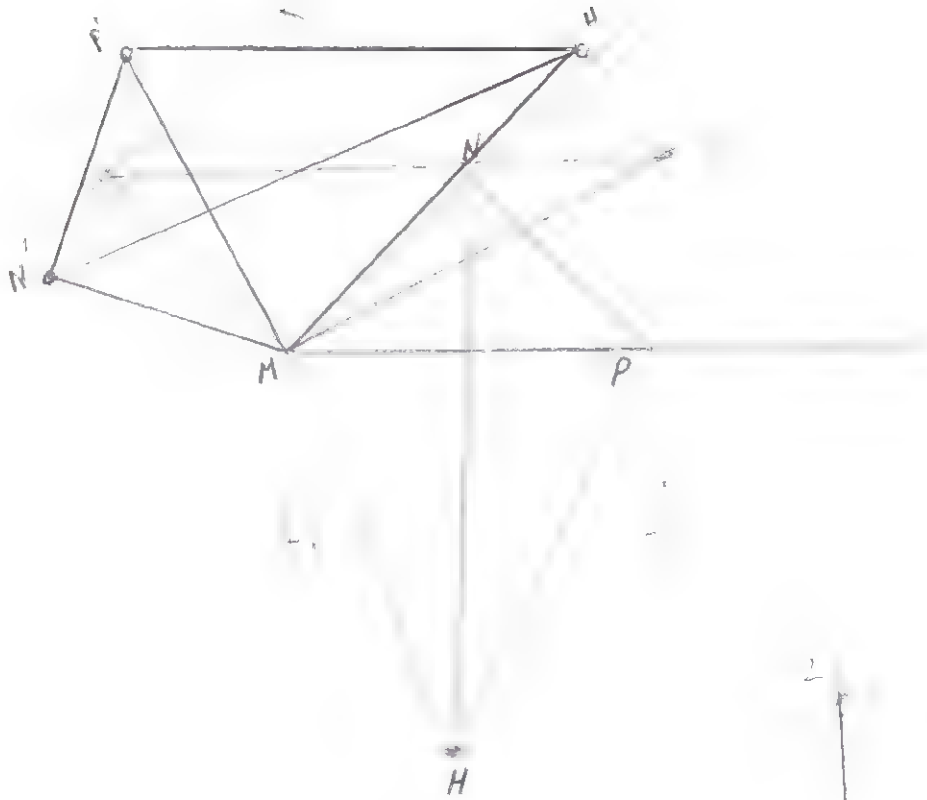


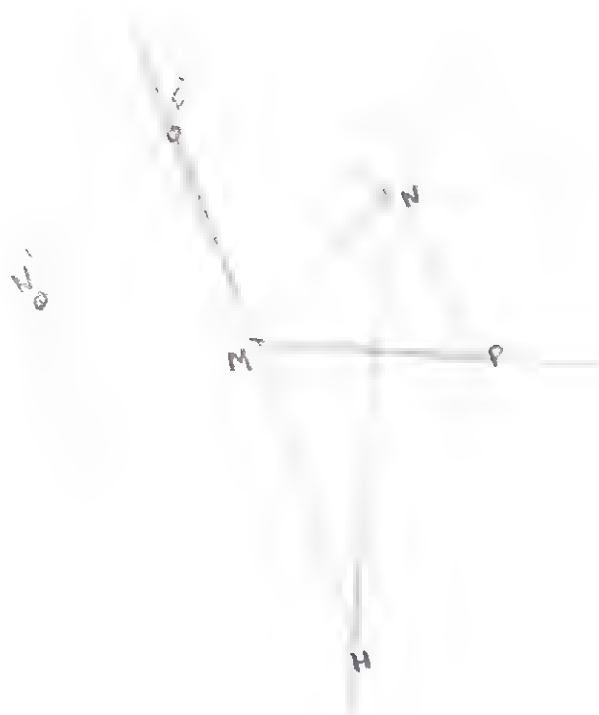
#

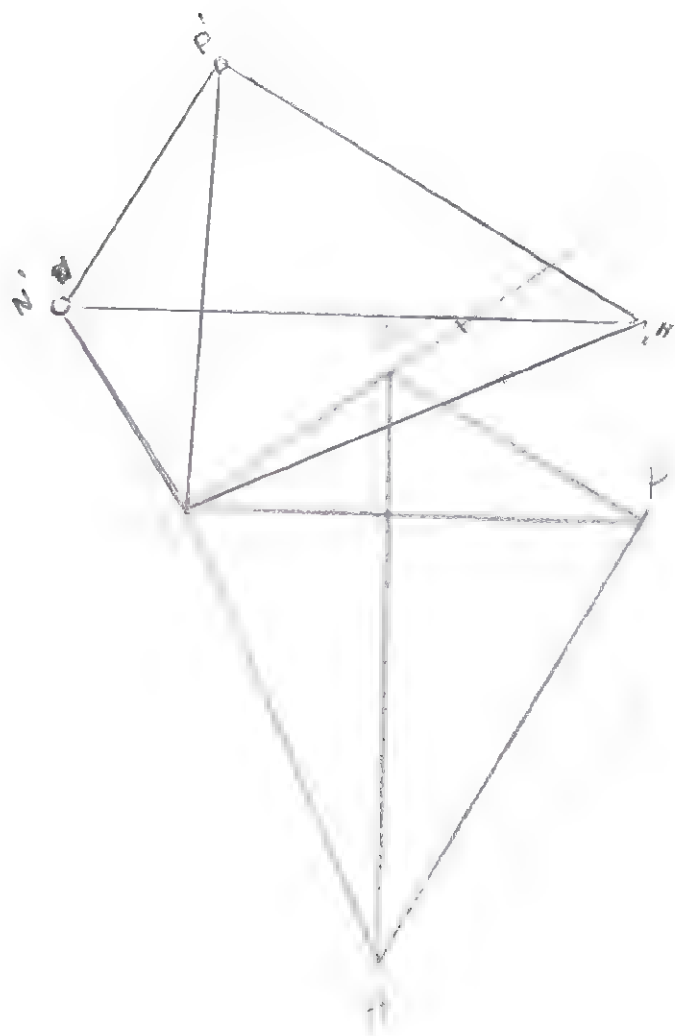


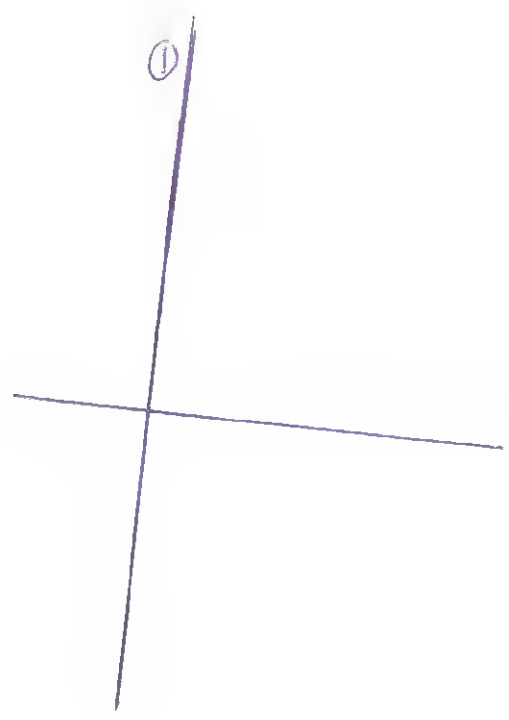
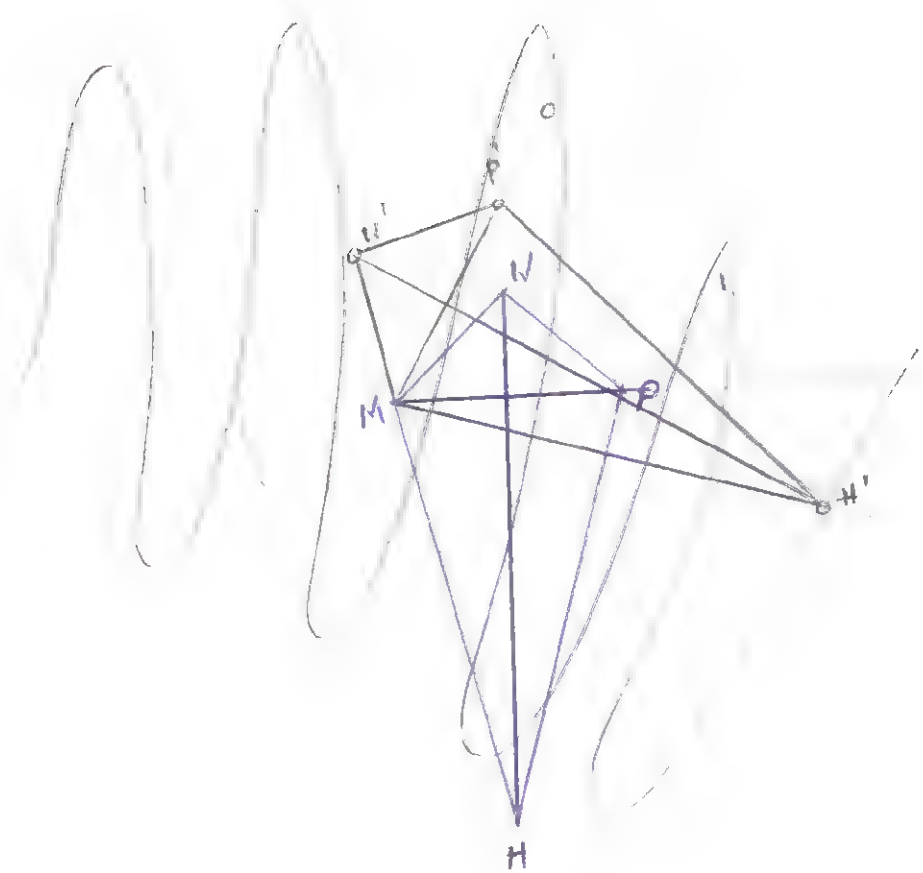








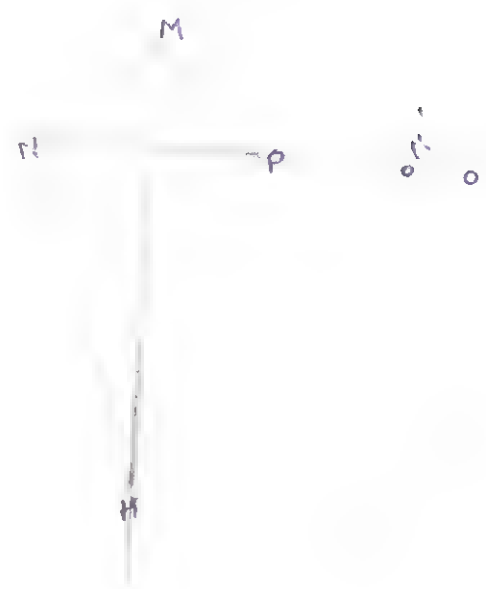




1

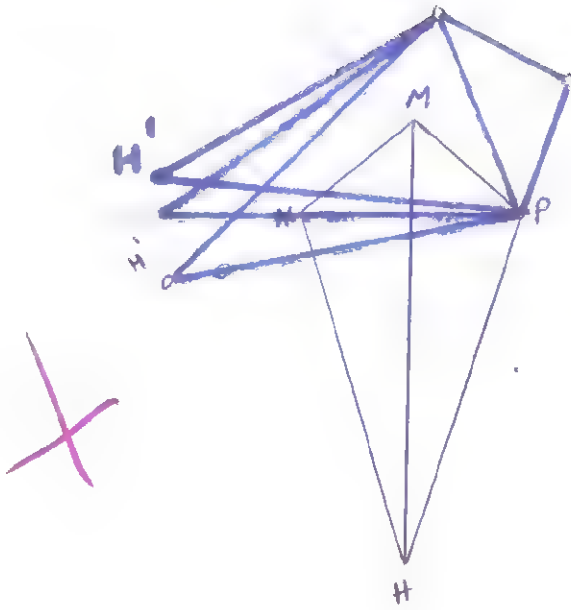
32

b

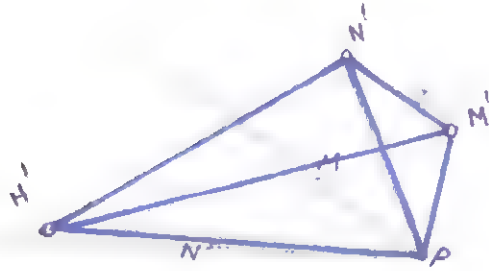


Se debe re trazar una línea
de ~~M-H~~ desde el centro de
los ~~que~~ que corte la ~~que~~ que
rotación.
Durante ~~que~~ tener que buscar el
puntos de no nudo que interese con la circunferencia
de el punto que trazo este.

(32)

b $G(P, -70^\circ)$ 

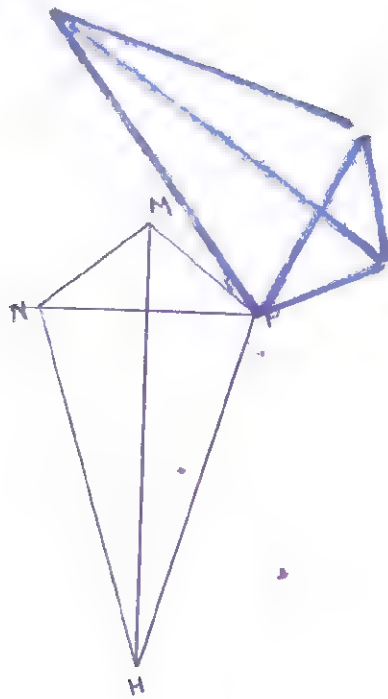
(52) (b) $G(P, -70^\circ)$



✓
Bim

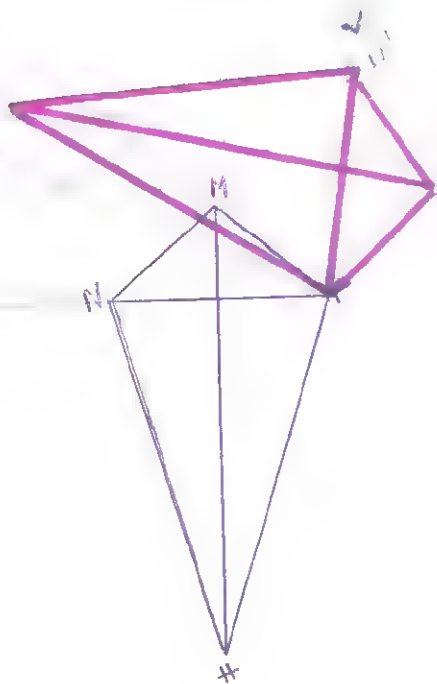
70 grade.

207
 $G(P - 120^\circ)$



207.
 Esto
 quedó un
 poco mal
 porque
 mente lo noto
 NH en vez de
 trazar PH

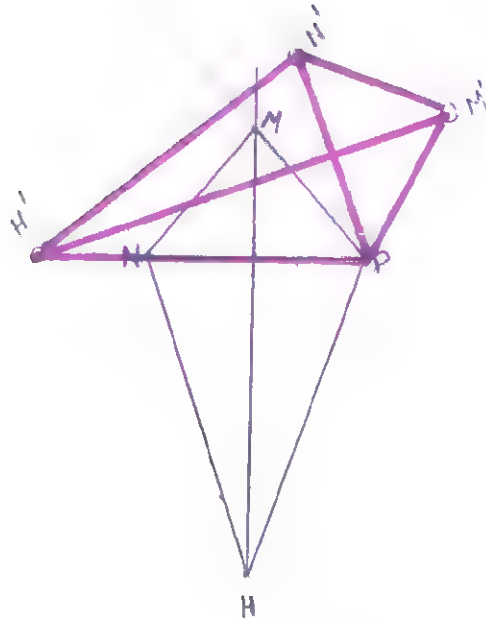
6 (Pj-120)



+
 Torre incl
 2 punto NH
 truncló lo
 intersección de N
 con H en seg. de
 F con H.

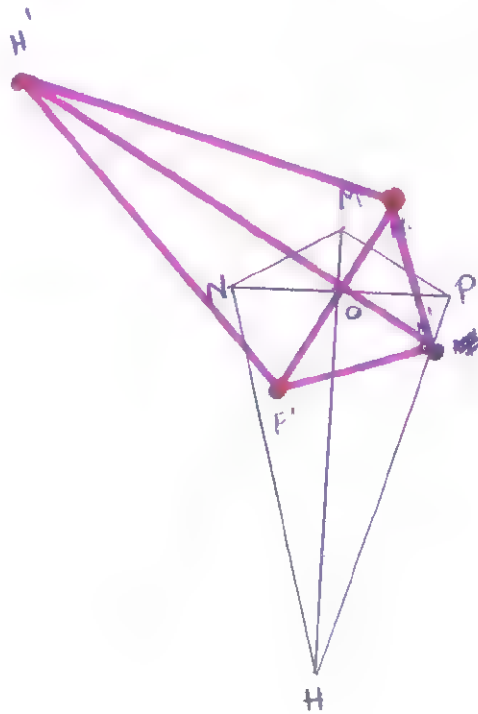
$$G(P; -70^\circ)$$

211.



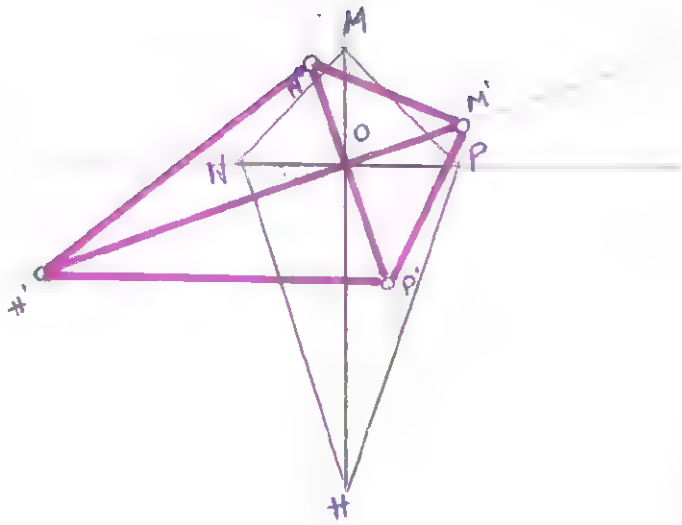
70 grapes.

© $G(O_3 - 120^\circ)$



Para verificar
que el
centro
es el centro
y se mide el
ángulo de la
diagonal

✓ bien

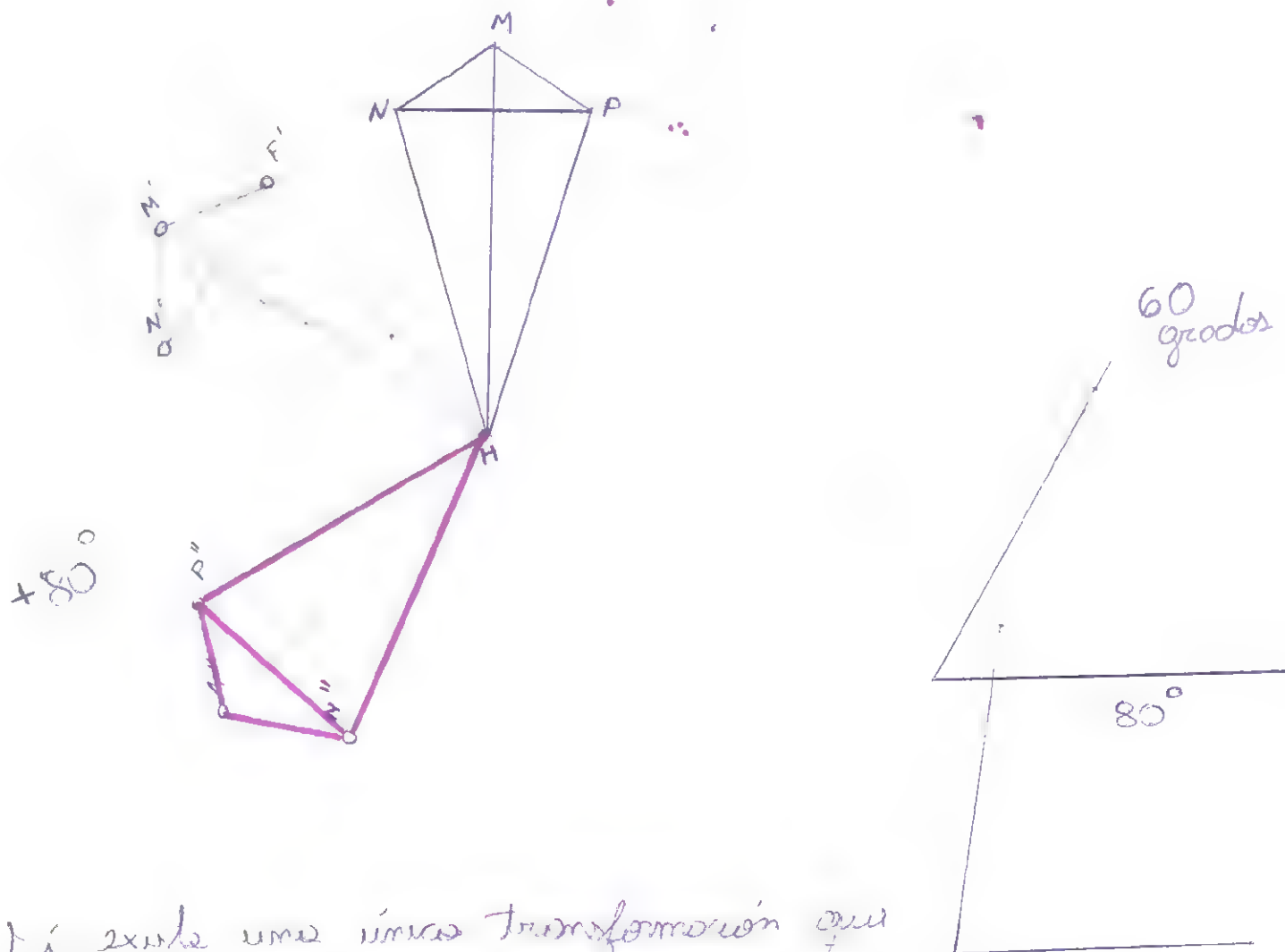


✓ bien

70 gms

(33) Aplique el romboide al ejercicio anterior
 las siguientes composiciones de giros, e indique si
 existe una única transformación que los reemplace

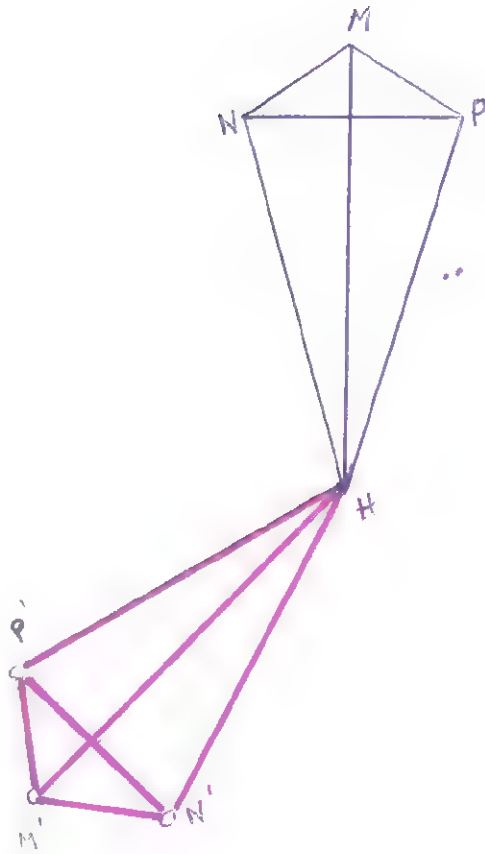
a) $G(H; 60^\circ) \circ G(H; 80^\circ)$



Si existe una única transformación que
 los reemplace es la suma de ambos, es
 decir $G(H; 140^\circ)$.

$G(H; 140^\circ)$

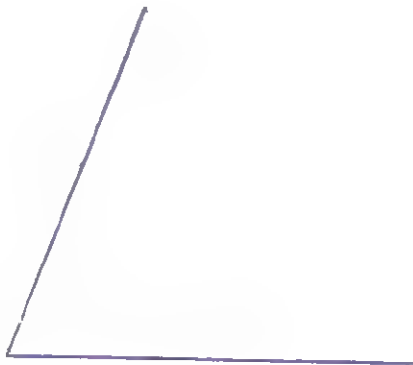
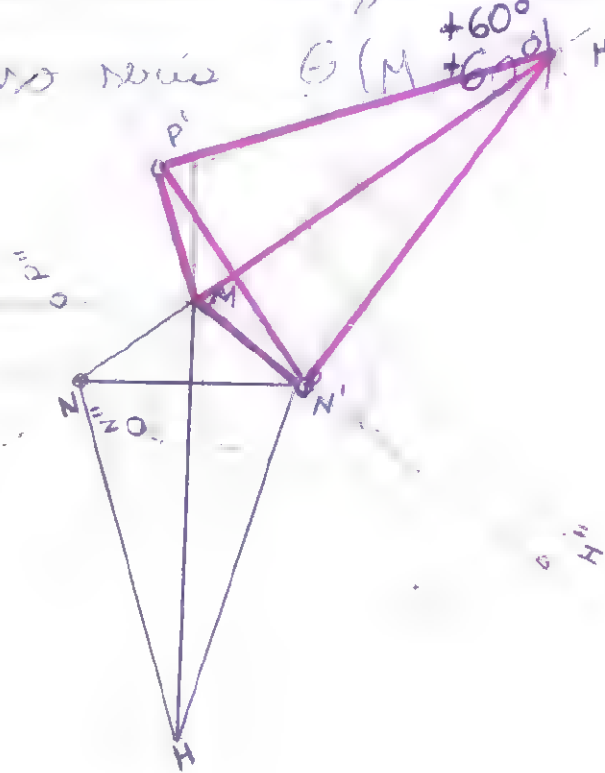
215.



Ans +

$$b. \quad G(M; 130^\circ) \circ G(M; -70^\circ)$$

Se existe una única transformación en el plano de
 orden en este caso sería $G(M; +60^\circ)$



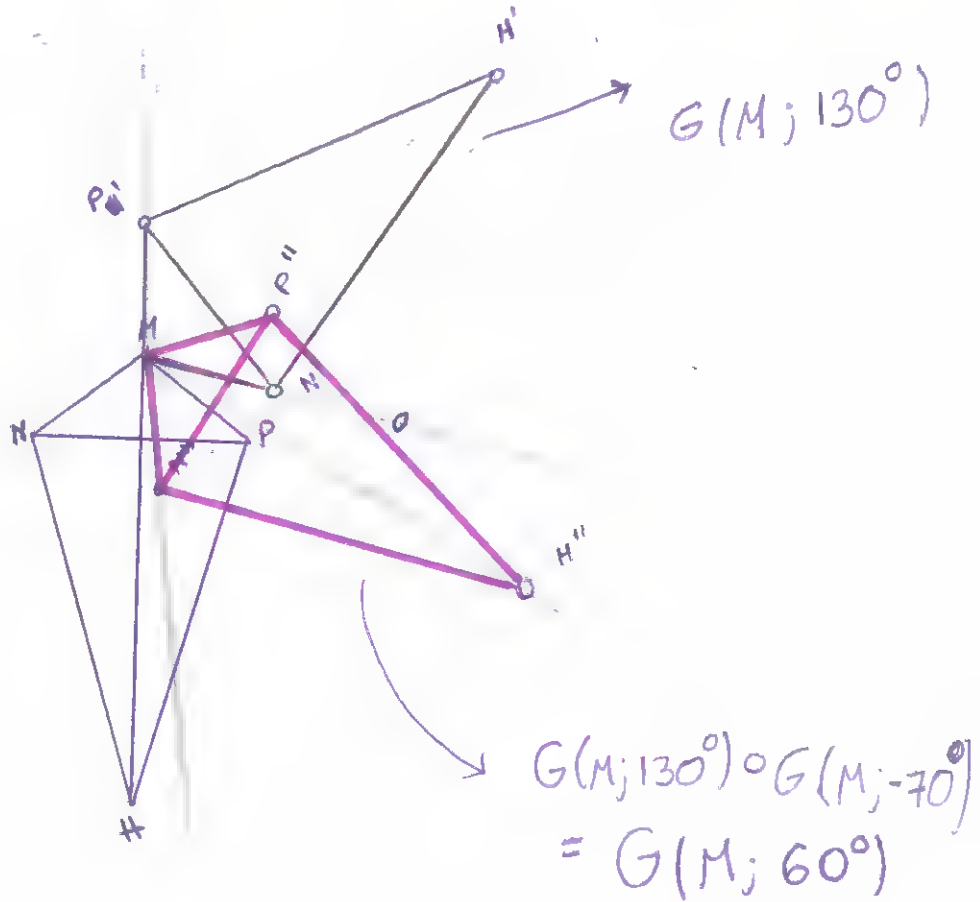
130 grados



63

$$b. G(M; 130^\circ) \circ G(M; -70^\circ)$$

Se extienden desde el punto M líneas q. extienden
las ~~diagonales~~ líneas que salen de M lo mismo se
cualquier punto



70°

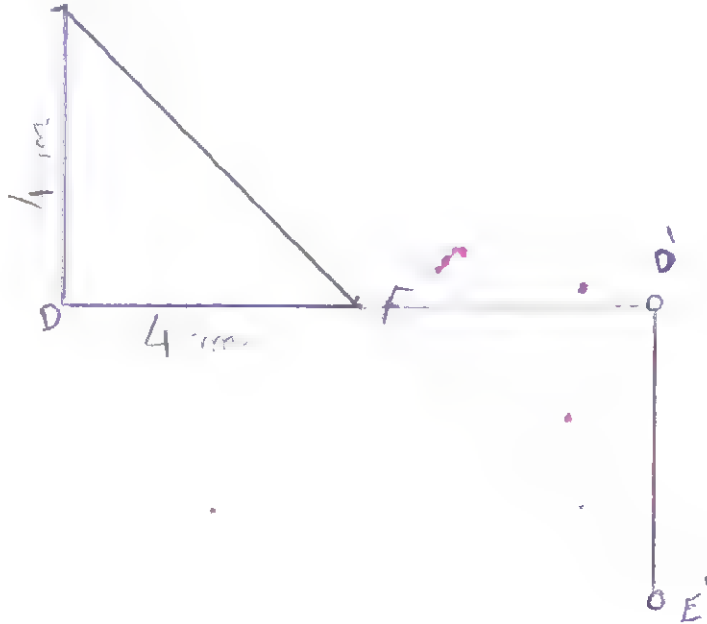
130°

Para trazar el ángulo nega-
tivo tener que marcar con
el compás hacia el lado con-
trario.

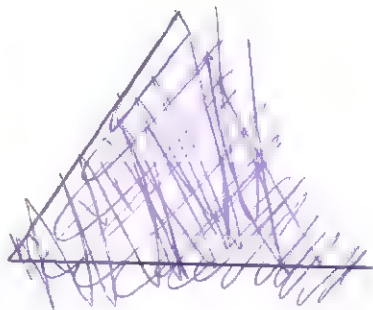
Simetrías central (rodial)

34) Construye un Δ isósceles EDF cuyos lados \neq iguales midan 4 cm. Al mismo tiempo realiza las siguientes simetrías

a) ES_F



b.



219.

(b) S_0 donde O es el punto medio del lado EF

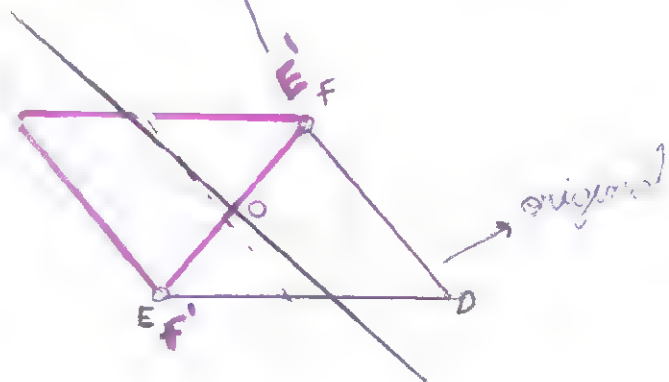
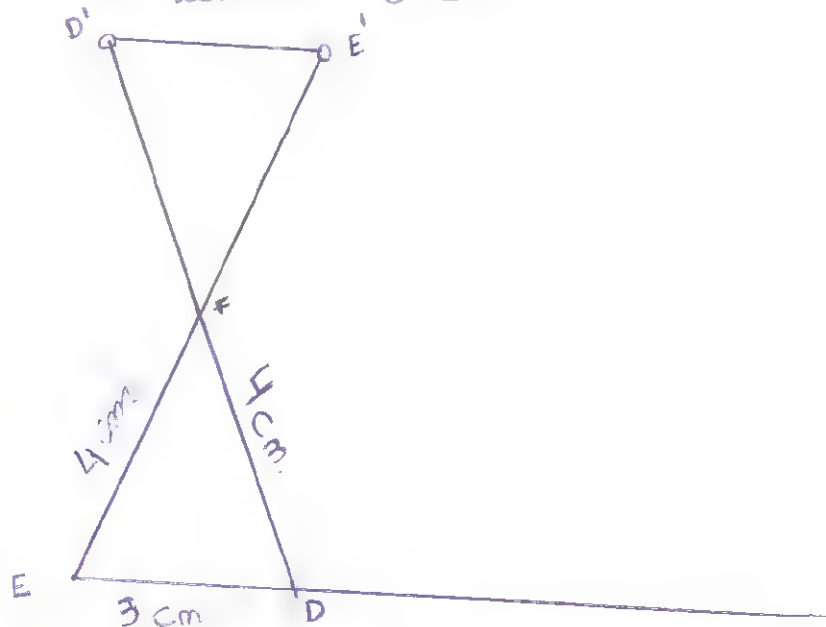
Para armar un Δ isóceles con el compás tomé el segmento de la base. ~~Después~~ Después un segmento cualquiera ~~en donde~~ y ubicé el compás al comienzo y marqué donde corte. Luego tomé el otro segmento y hice dos orcos desde los dos extremos. Luego uní los ~~se~~ segmentos en donde se cortan los dos orcos.

$\odot S_F$

4 cm

3 ml.

who sits next to me :
 from the mirror
 points to the structure
 and



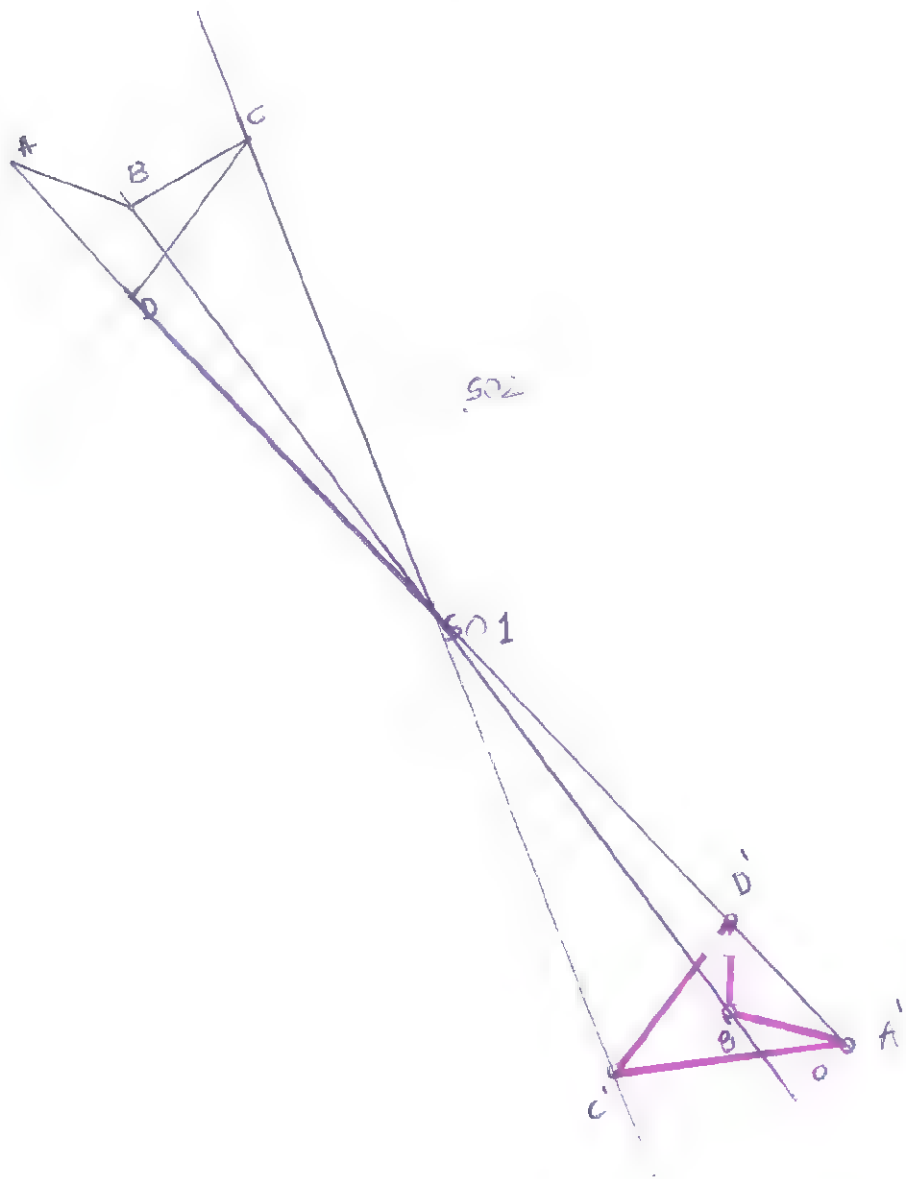
33. Aplique a la siguiente figura la compo. 220.
 - relación de simetría entre S_{O2} o S_{O1} .

~~Wrong~~

Primero

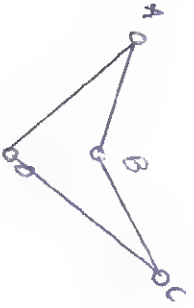
plano S_{O2}

luego S_{O1}



⑤ Duplica a la siguiente figura la composición indicada: 22° y 501

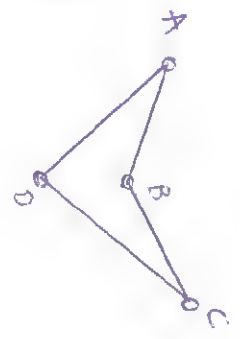
502



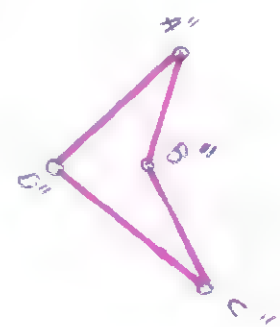
501

25) Dadas a la siguiente figura la composición de simetrías centrales S_{O2} o S_{O1} .

AY

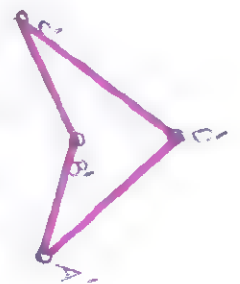


mal
no existe
porque la figura
se da vuelta



S_{O2}

S_{O1}



a) La composición de simetrías centrales cumple con la condición ley de cierre?

b) ¿cuál es el movimiento que reemplazó a la composición de simetrías centrales en el ítem a)?

c) La composición de simetrías centrales es conmutativa? No
Porque $S_{O1} \circ S_{O2} \neq S_{O2} \circ S_{O1}$

Ley de cierre ejemplo: la suma de dos n^o enteros siempre es un entero

No cumple la ley de cierre porque la composición de simetrías centrales no termina en el mismo lugar: es la figura original

Simetrías axiales

36. Construir un trapecio isósceles $MNBG$ cuyos lados iguales midan 4 cm . Del mismo realizando las siguientes simetrías

a. Se donde ϵ es la recta paralela al lado BG exterior a 2 cm

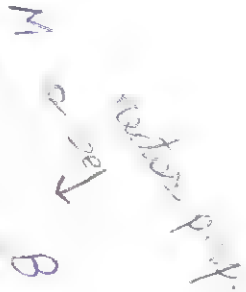


Construir trapecio isósceles
 Bando el punto medio desde un extremo trazo con el compás ~~el~~ ~~el~~ el arco con la mediana de los lados ~~is~~ y luego sitúate en el punto medio y traza arco hacia ambos lados;

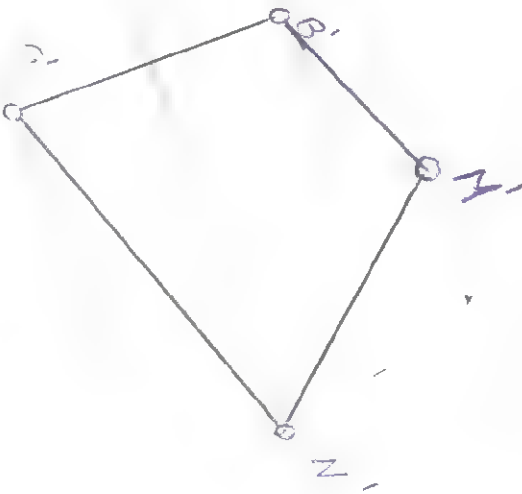


36. Se donde e es lo recto
paralela al lado BG
externo a 2 cm.
(a.)

2.



5e

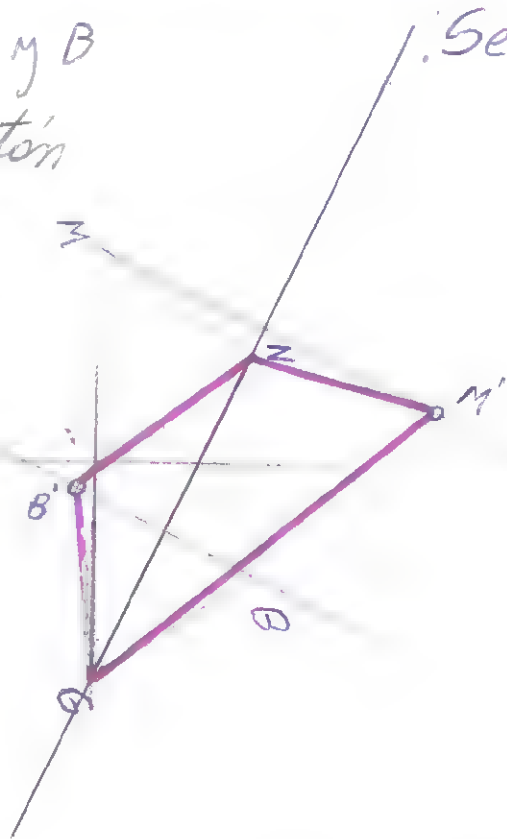


lo
través de
con compás en la recta correspondiente
↓ medir distancia de cada pte.
y trazar
fuerza el



36. Construye un trapecio isósceles. MNB cuyo **225.**
 todos iguales midan 4 cm. Al mismo tiempo realiza los ejes
 simetrías:

(b) Se elige el eje es uno de los diagonales.
 Sólo sobre los puntos M y B
 porque los otros dos están
 sobre el eje de simetría



(57) Aplique el teorema del eje de simetría la
 composición de simetrías axiales según lo indicado.
 En cada caso establece si \exists movimiento \neq reemplazo lo
 comparten.

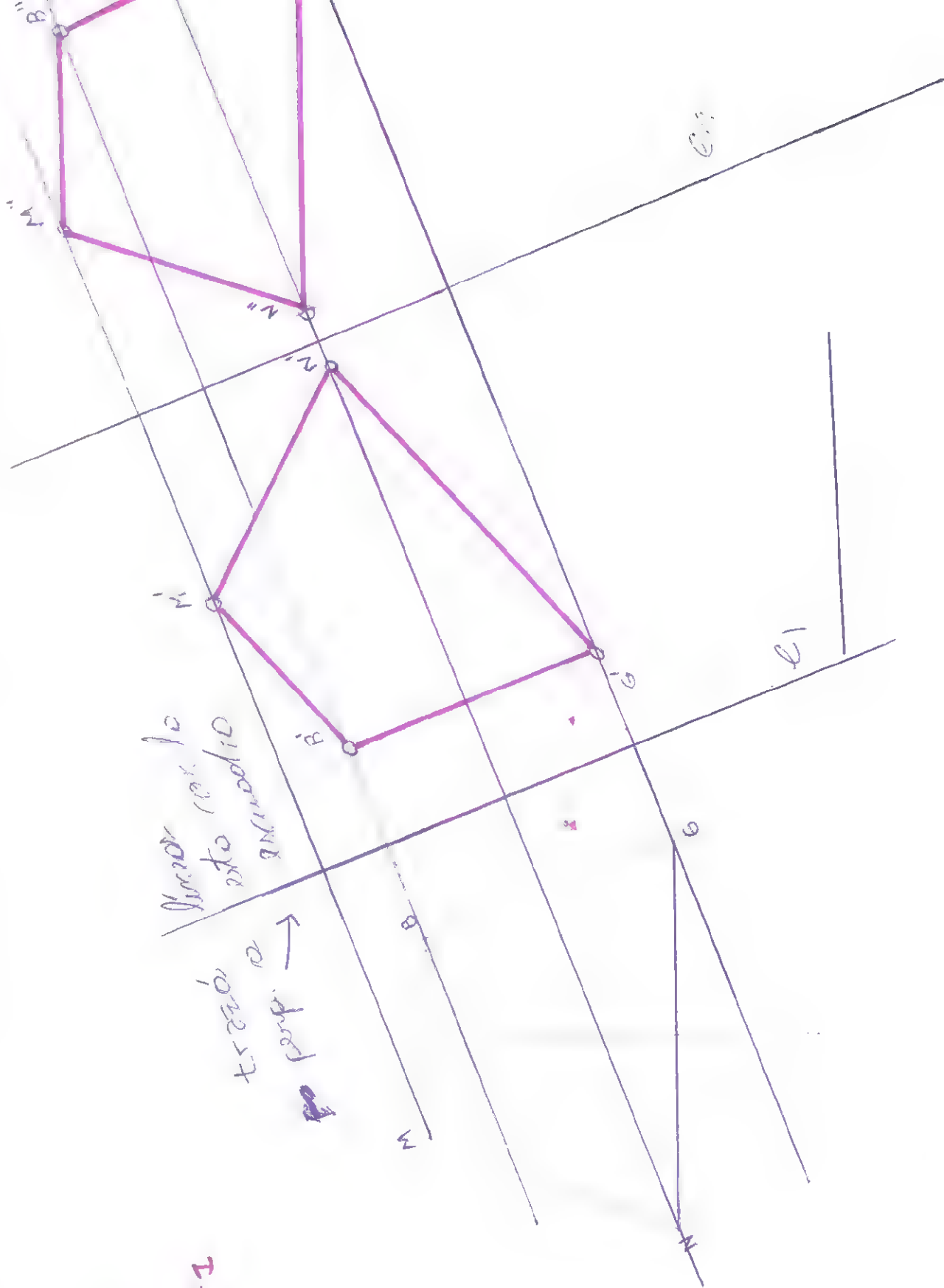
(a) $Se_2 \circ Se_1$ donde $e_1 \parallel e_2$

②

$$\text{Se}_2\text{O}_5\text{SeI}$$
$$e_1 // e_2$$

Handwritten: Handwritten

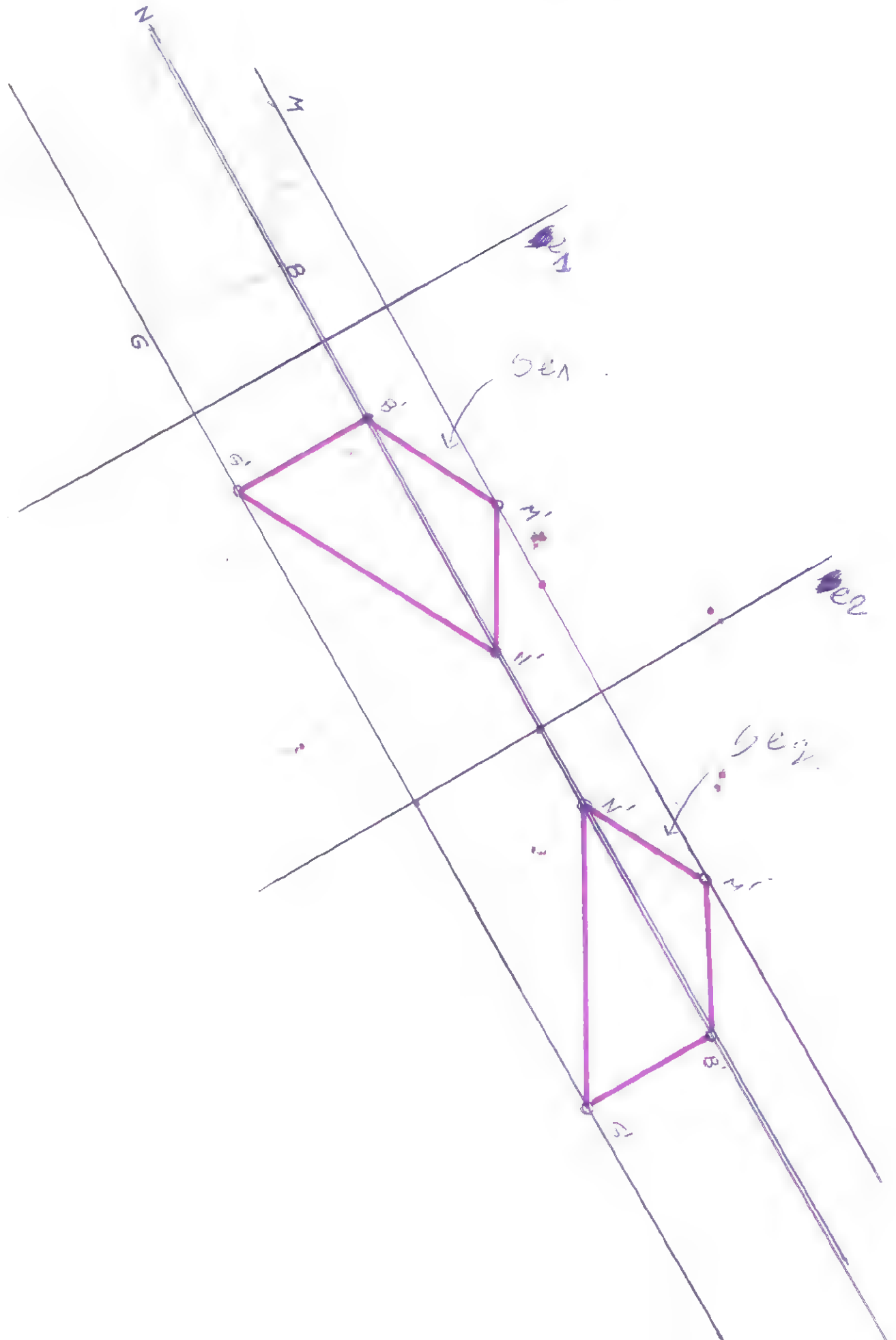
↑
2nd
10-22-27



No existe um único momento que marque o começo da computação.

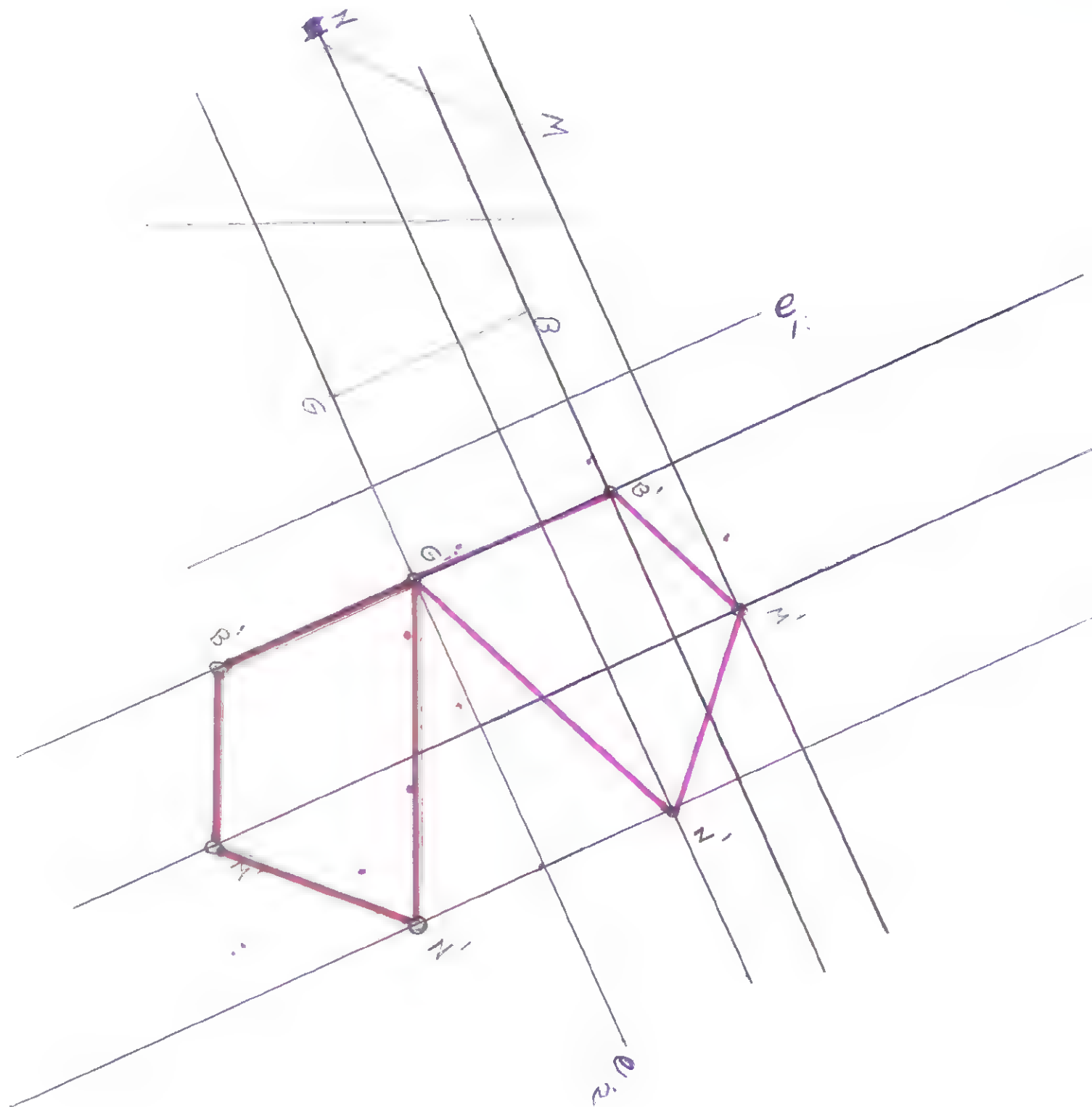
① $Se_2 \circ Se_1$ durch $e_1 \parallel e_2$.

227.



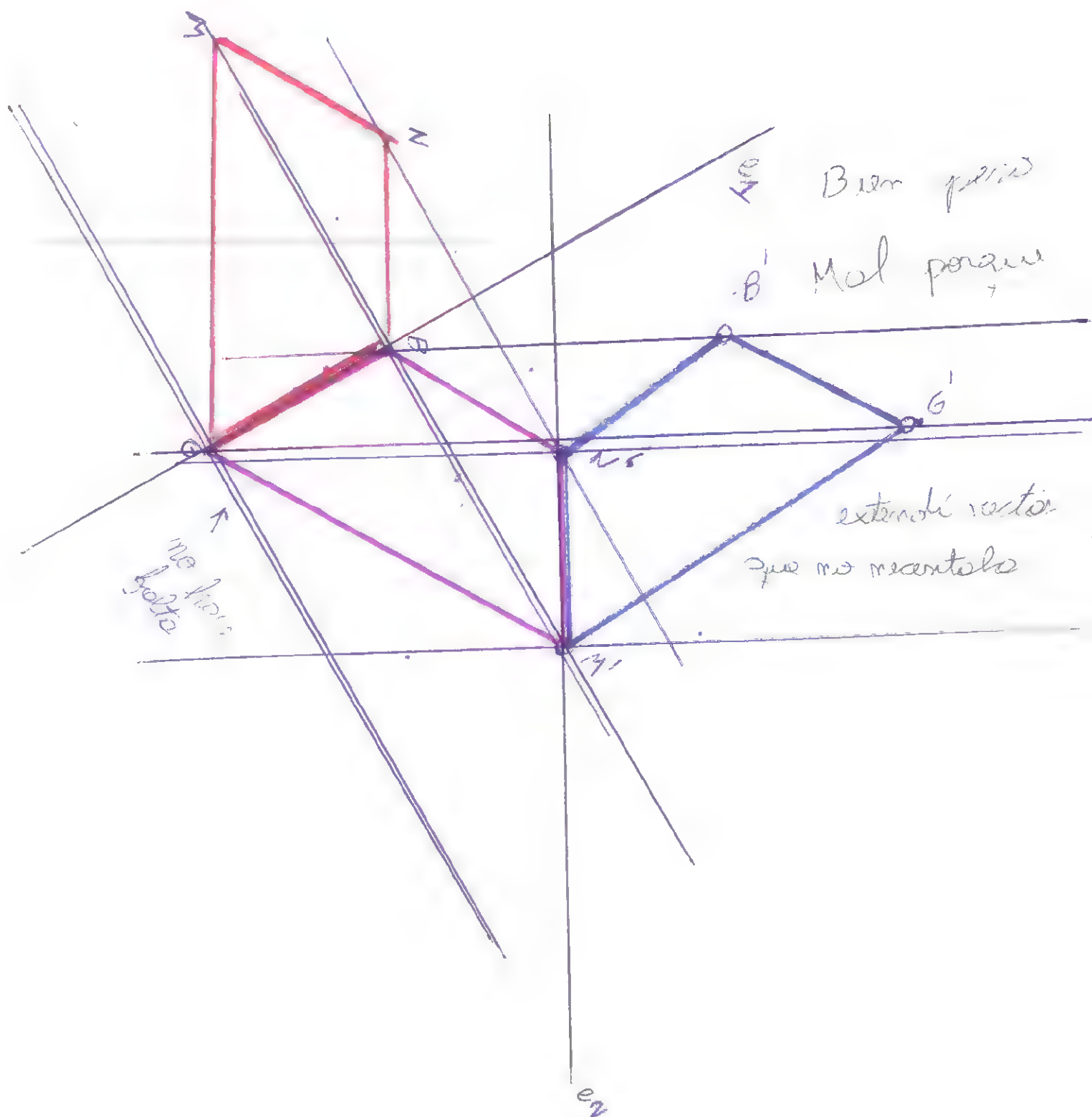
b. $S_{e_2} \circ S_{e_1}$ donde $e_1 \perp e_2$.

228.

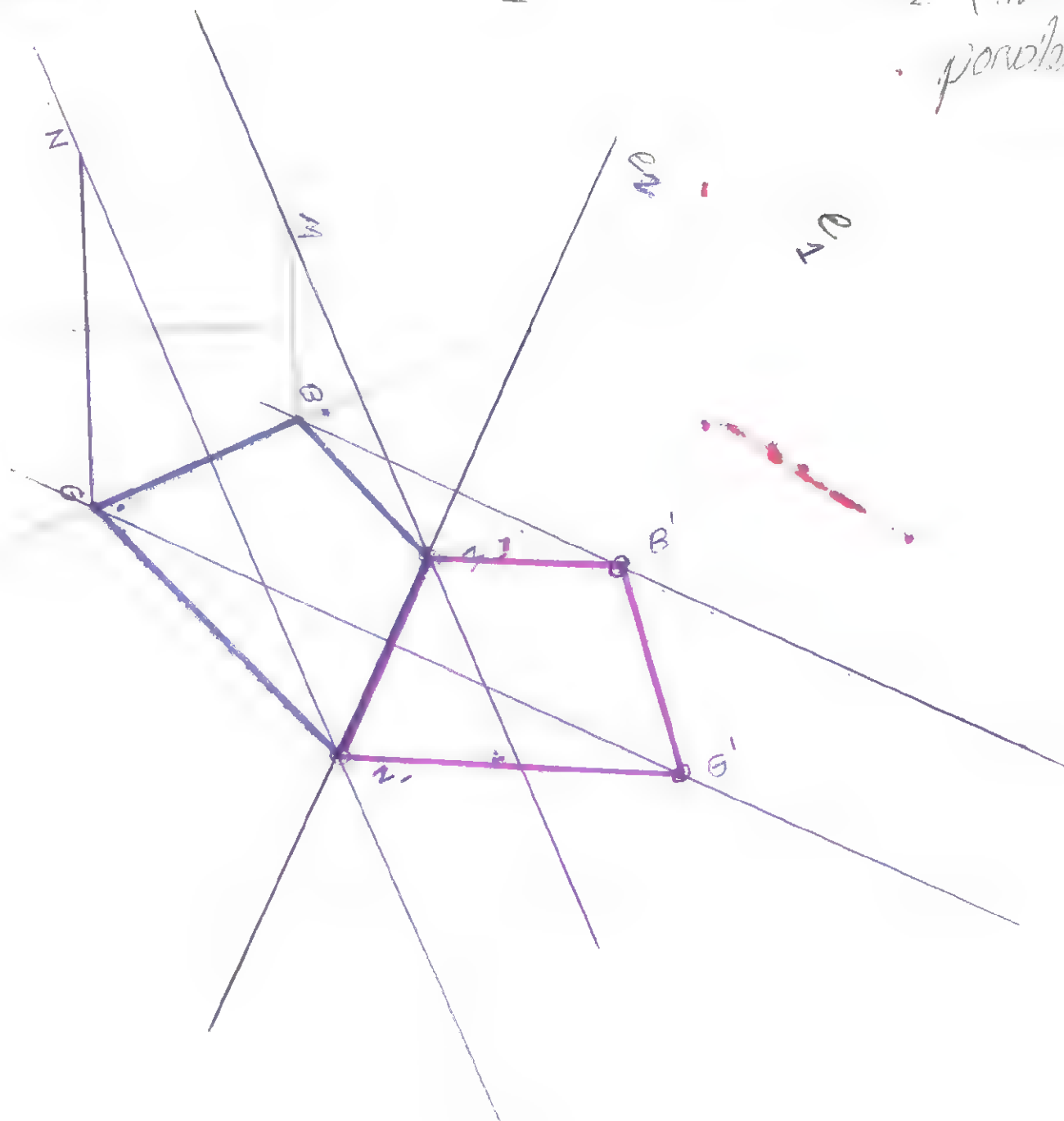


(37) (c) $S_{e_2} \circ S_{e_1}$ donde $e_1 \perp e_2$.

229.



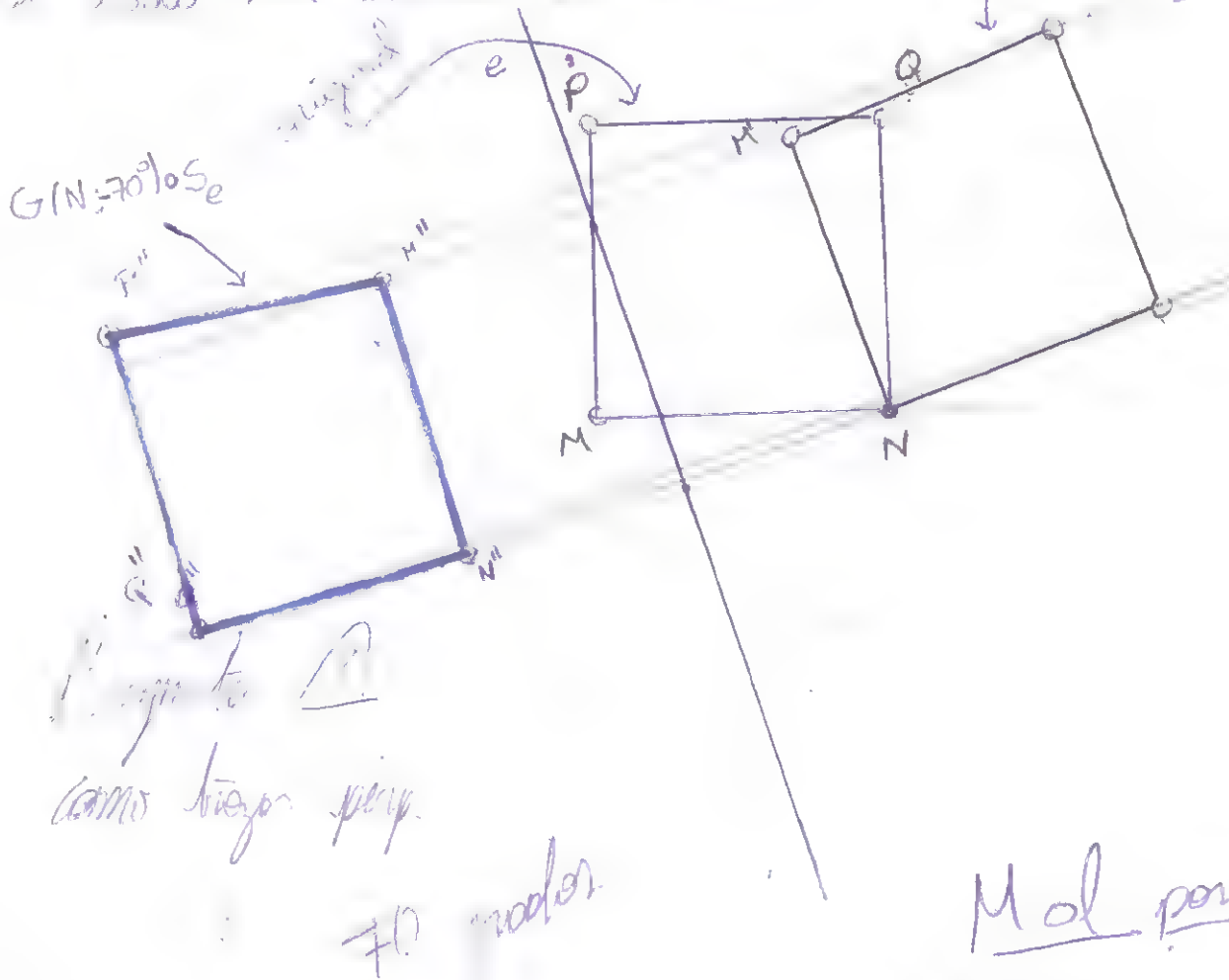
(37)

c. $\sigma_{e_2} \circ \sigma_{e_1}$ donde $e_1 \perp e_2$ (no
paralelas.)

Composition de maximisation

38. Construye un modelo MNFQ y resuelve.
Los siguientes compuestos:

e) $G(N; -70^\circ) \circ S_c$ donde ρ es la matriz por defecto
 2) Indica MN exterior $\rho \in \mathbb{R}^{n \times n}$



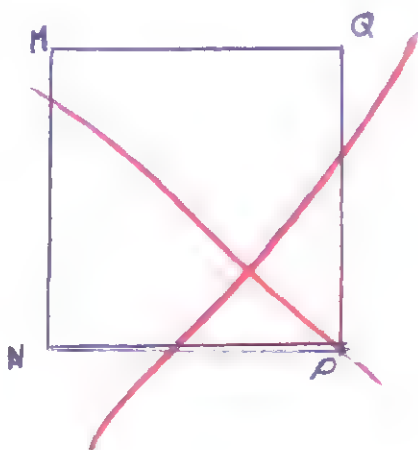
Mod por el orden

El autor de
primero se realiza
se luego el giro.

Composiciones de movimientos

38. Construir un cuadrado $MNPQ$ y realizar las siguientes composiciones.

c) $S_c \circ T_v \circ G(45^\circ)$ donde v es la diagonal MO y el eje c es la recta que pasa por la diagonal $N'Q'$.



Hecho en la
página 236.

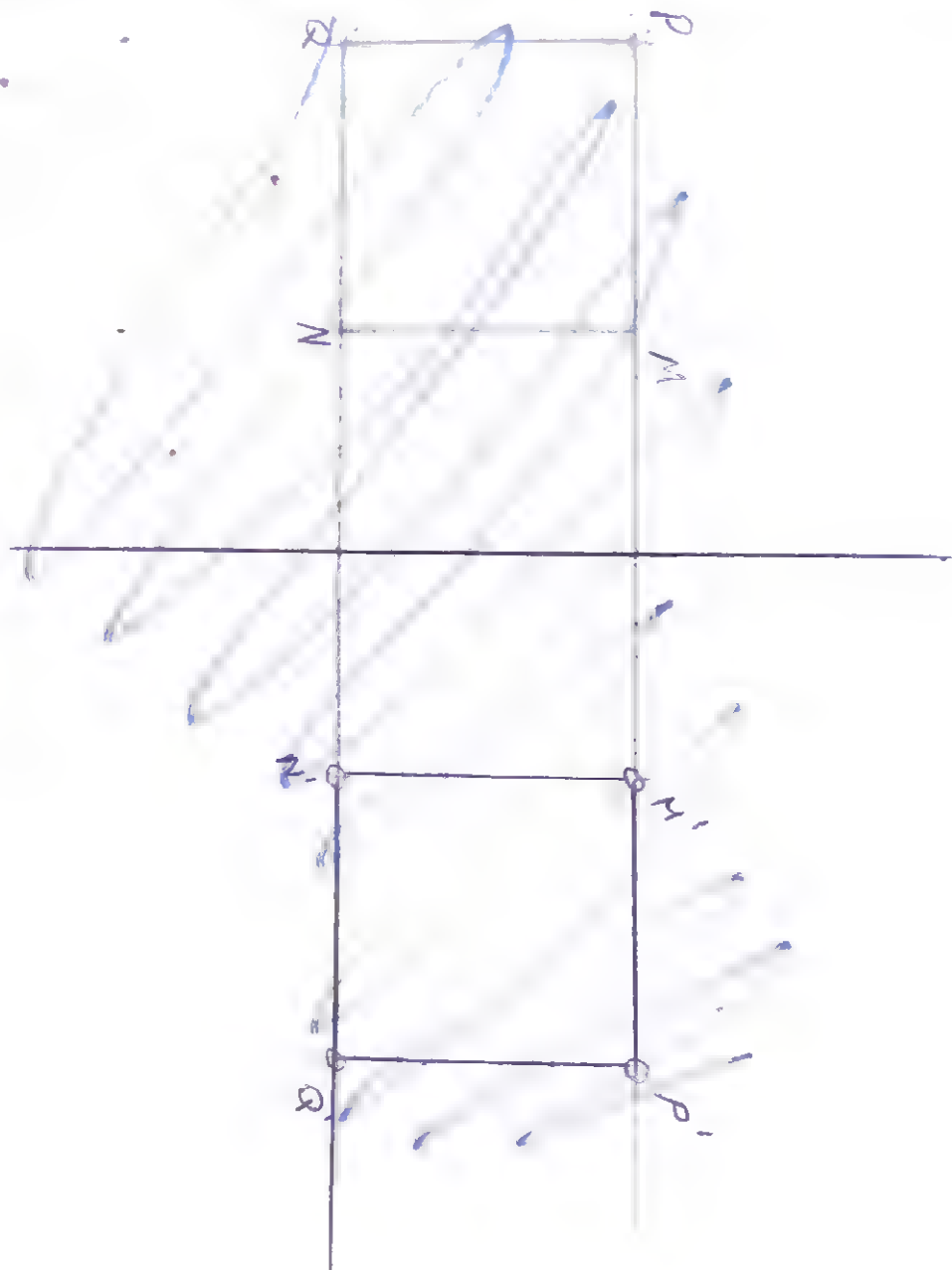


236
Dmex

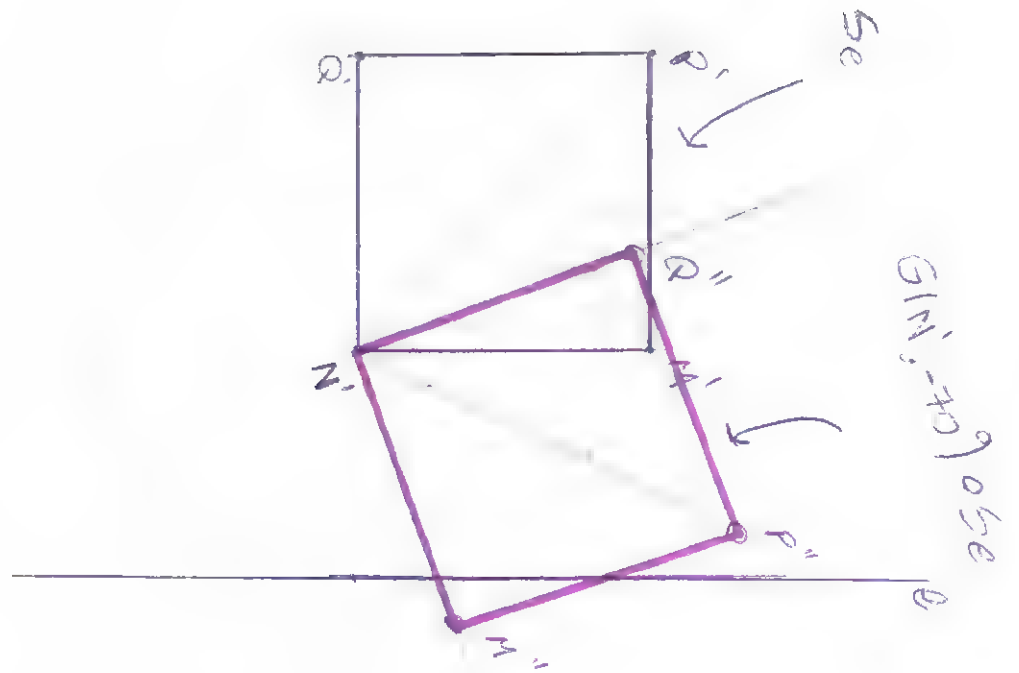


38 Construir un cuadrado $MNPQ$ y reducir las siguientes composiciones

a) $G(N'; -70^\circ)$ Se donde e es la recta paralela al lado MN exterior a 3 cm .



38. (a)



Trabajo Frías.

Geometría

T.P. N° 5

1. Un cuadrado y un triángulo equilátero tienen la misma área. Si el lado del cuadrado mide 6 cm. ¿cuál es la longitud del lado del triángulo - apto. 6 cm.

Área de un cuadrado: $\text{lado} \times \text{lado}$

Área de un triángulo: $\frac{\text{base} \times \text{altura}}{2}$

son equiláteros por lo tanto todos sus ángulos y lados son iguales. El lado del Δ es igual al lado del \square .

Mal

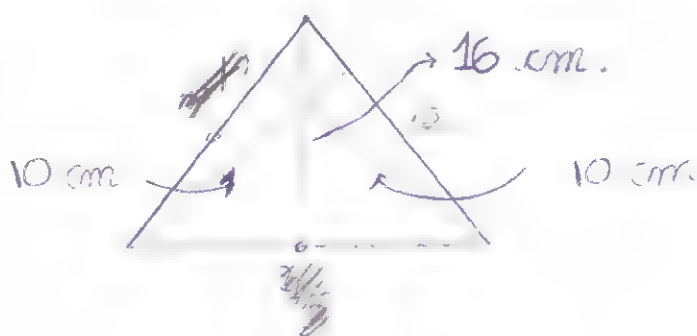
$$\frac{\sqrt{3} a \cdot a}{2} = 36$$

Se resuelve \checkmark
 la del Δ equilátero

¿Qué significa que tengan la misma área?

En un triángulo isósceles, la altura correspondiente a su base mide 16 cm y la altura relativa a uno de los lados iguales mide 10 cm. ¿Cuál es el área del triángulo?

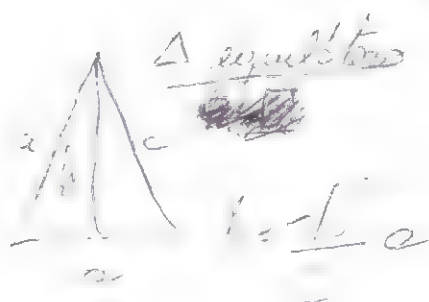
Isósceles dos lados iguales y dos ángulos iguales.



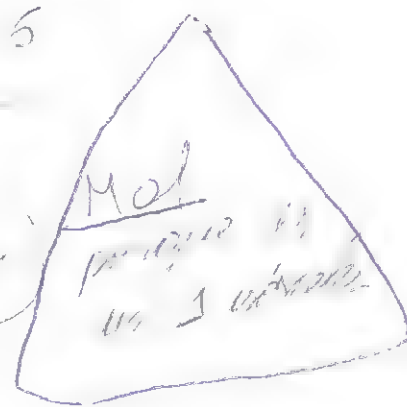
$$16 = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot a$$

$$a = \frac{32\sqrt{3}}{3}$$

Área triángulo: $\frac{32\sqrt{3}}{3} \cdot 16$



$$= 142.5016384$$



$$16^2 = 0 + \left(\frac{a}{2}\right)^2 \Rightarrow 256 = \frac{3a^2}{4} + \left(\frac{10}{4}\right)^2 \Rightarrow \left(\frac{a}{2}\right)^2 + \frac{100}{16} = 256$$

$$\Rightarrow \frac{a^2}{4} = 16 = \frac{256}{16} \Rightarrow a = \frac{32\sqrt{3}}{3}$$

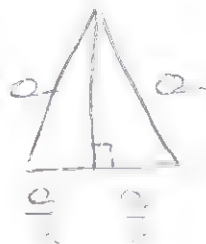
$$16^2 = a^2 + \left(\frac{a}{4}\right)^2 \Rightarrow 16^2 = \frac{5}{4}a^2 \Rightarrow \frac{1024}{5} = a^2 \Rightarrow \frac{32\sqrt{5}}{5}$$

~~Investigación: ¿un triángulo equilátero es un triángulo isósceles?~~

~~¿Un triángulo equilátero es un triángulo isósceles?~~

Δ equilátero

Mal porque el Δ es isósceles



$$h^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2 = a^2$$

$$\frac{a^2}{4} + h^2 = a^2 \Rightarrow h^2 = \frac{a^2 - \frac{a^2}{4}}{1}$$

4

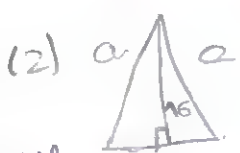
$$\Rightarrow h^2 = \frac{3a^2}{4} \Rightarrow h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$



(2)



Δ no es



mal porque esa no es la hipotenusa

$$h^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2 = a^2$$

??

$$(1) 10^2 = \left(\frac{a}{2}\right)^2 + 6x \Rightarrow 10^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2 = x$$

$$(2) 16^2 + \left(10^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2\right) = a^2 \Rightarrow 16^2 + 10^2 - \frac{a^2}{4} = a^2$$

(Hacer en 241)

$$16^2 + \left(\left(10^2 - \left(\frac{a}{2} \right)^2 / 2 \right)^2 = 0^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 16^2 + \frac{a^4}{32} - 25a^2 + 5000 - a^2 = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \cancel{16^2} + 5256 + \frac{a^4}{32} - 26a^2 = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a^4 - 845a^2 + 168192 = 0 \quad (3)$$

$$\Rightarrow \frac{a^2}{2} \left(\frac{a^2}{2} - 845 \right) = 0$$

mod Harko
in coulo
27/1

$$\left(10^2 - \frac{a^2}{4} \right)^2 = 0 \Rightarrow \left(10^2 - \frac{a^2}{4} \right) \left(10^2 - \frac{a^2}{4} \right)$$

$$= 10000 - 50a^2 - 50a^2 + \frac{a^4}{16} = 0$$

$$\frac{a^4}{16} - 100a^2 + 10000 = 0$$

3. Un hexágono regular está inscrito en un círculo de radio 12 cm. ¿Cuál es el área del hexágono?

Área de un hexágono: $p \cdot a / 2$.

Donde p es el perímetro y a es el apotema.

Apotema de un hexágono. Es la línea que va del centro del polígono a la mitad de uno de los lados. Es la altura del polígono.

Perímetro del hexágono es igual a la suma de las longitudes de sus seis lados.

Y el

$$\text{Área de un hexágono} = \frac{(6 \times 6) \times 6}{2} = 108$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} (6 \times 6) \times 6 = 108 \Rightarrow$$

¡Mol!, porque el apotema no es el radio, lo que es el radio

4. Una figura está formada por un círculo y un triángulo equilátero. El diámetro del círculo mide 10 mides ~~10 mides~~ y el lado del triángulo mide 10 cm. ¿Cuál es el área de la figura?



~~El triángulo es equilátero~~

$$\text{radio} = \frac{\text{diámetro}}{2} \quad \text{Área } O = \pi \cdot r^2$$

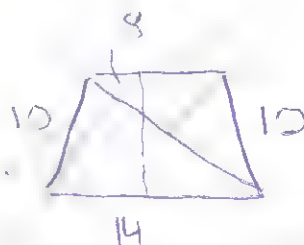
$$\text{Área } \Delta = \left(\frac{\sqrt{3}}{4} \cdot 10 \cdot 10 \right) \cdot \frac{1}{2} =$$

Sumamos las dos áreas

5 En un trapecio isósceles, los lados iguales miden 10 cm y la base mayor mide 14 cm. ¿cuál es el área del trapecio si la altura relativa a la base mayor mide 8 cm?

sol. El equivalente enunciado es el área del trapecio es la suma de las áreas de los dos triángulos el X suma del triángulo es $(base \times altura) \cdot \frac{1}{2}$

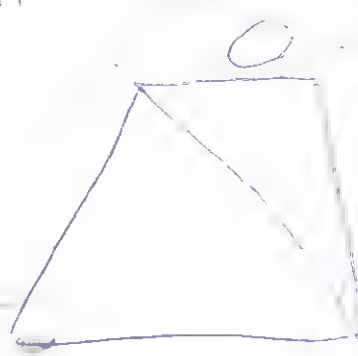
$$A_{\Delta} = \frac{B \cdot h_{ABD}}{2} + \frac{B \cdot h_{BCD}}{2}$$



X

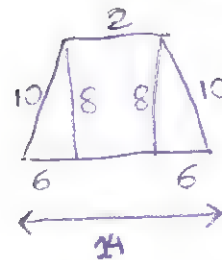
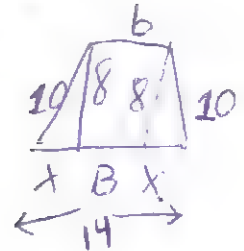


X



halla h y m
e partir de la altura
y la base mayor

Pythagoras



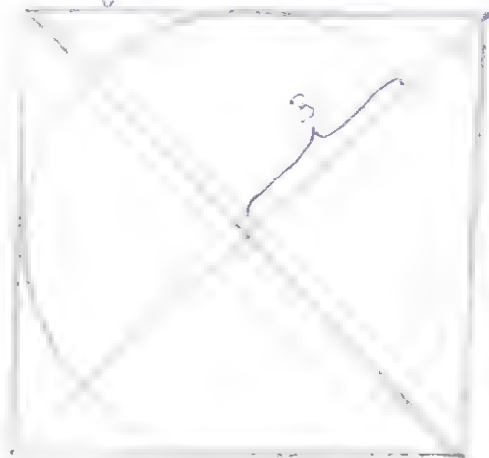
Para hallar el área de un trapecio, debes conocer las longitudes de los dos lados paralelos (los "bases" y la altura.

$$\text{Área del } \triangle = \frac{B+b}{2} * h = \cancel{14+2} * 8$$

$$= \frac{14+2}{2} * 8 = 64$$

6. Calcular el área sombreada si ABCD es un cuadrado de lado 6 cm.

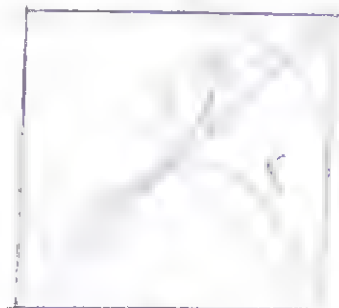
4x Calcular el lado y la apotema de un cuadrado circunscrito en una circ. de 3 cm de radio.



$$ap = R = 3 \text{ cm}$$

$$L = 2R = 2 \cdot 3 = 6 \text{ cm}$$

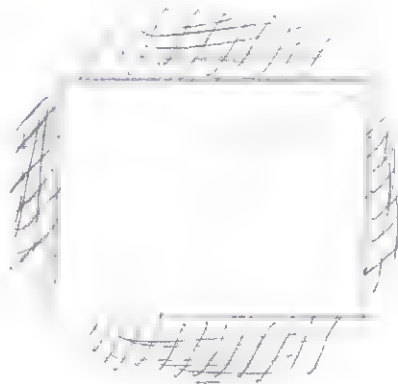
$$L = 2R = 2 \cdot 3 = 6$$



Área sombreada



7. Un cuadrado está inscrito en una circunferencia de radio 4 m. Calcular el área entre ellos.



Mo calcular
mód 27
oro
Tarea 2
calcular el
oro
nombrando

$$= 16\pi$$

Como el cuadrado está inscrito en la circunferencia, el área comprendida entre ellos es el área (mód.) grande, es decir, el círculo.

8. Se le aumentan 2 m al lado de un cuadrado y su área aumenta en 36 m^2 . Encuentra el lado.

$$(l+2)^2 = 36$$

$$l^2 + 2l + 2l + 2^2$$

$$l^2 + 4l + 4 = 36$$

$$l^2 + 4l - 32 = 0$$

$$\Rightarrow \left(\frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \right)$$

$$\Rightarrow \left(\frac{-4 \pm \sqrt{4^2 + 4 \cdot 1 \cdot 32}}{2} \right)$$

$$\Rightarrow \left(\frac{-4 \pm 12}{2} \right)$$

$$\boxed{x_1 = 4}$$

$$x_2 = -8$$

\therefore El lado mide 4 m.

4. Calcular el área de la figura sombreada, por los caminos distintos, sabiendo que el radio de la circunferencia es de 10 cm y que los puntos P, Q, R, S, U son los puntos medios de los radios.



$$A = 5 - \frac{1}{2}$$

Área de cuerpos:

c. Un cubo de 6 cm de arista está compuesto por 6 conos cuadrados iguales. ¿Cuál es el área total del cubo?



6° ... 1.2

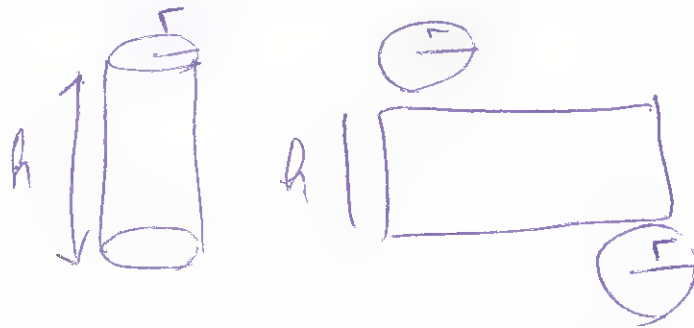


2. Un cono de 4 cm. de radio tiene una superficie lateral que mide 50 cm^2 . ¿cuál es el área total del cono?



Ⓔ Un cilindro de 8 cm de altura tiene una superficie lateral que mide 80 cm^2 . ¿Cuál es el área total del cilindro?

La superficie lateral de un cilindro es el área de rectángulo cuya base es h (altura del cilindro) y $2\pi r$ (longitud de la circunferencia).



$$\text{Superficie lateral} = 2\pi \cdot r \cdot h$$

$$80 \text{ cm}^2 = 2\pi \cdot r \cdot 8 \text{ cm}$$

$$10 \text{ cm}^2 = 2\pi \cdot r$$

$$5 = \pi \cdot r$$

$$\frac{5}{\pi} = r$$

$$r \approx 1,59$$

~~Exercício de casa~~

Área lateral de um cilindro.

$$AL = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot h$$

Área total: $AT = AL + 2B$

$$AT = 2\pi r h + 2\pi r^2$$

$$AT = 2\pi r (h + r)$$

Volumen: $V = B \cdot h$

$$AT = 80 \text{ cm}^2 + 2\pi \cdot \frac{5}{\pi}$$

$$AT = 80 \text{ cm}^2 \cdot 2.5 \Rightarrow AT = 80 \text{ cm}^2 \cdot 10$$

$$\Rightarrow \boxed{AT = 800 \text{ cm}^2}$$

④ Una pirámide cuadrangular regular de 12 cm de altura tiene una base cuadrada de 8 cm de lado. ¿Cuál es el área total de la pirámide?

Área pirámide = A. Base + Área caras laterales $\times 4$

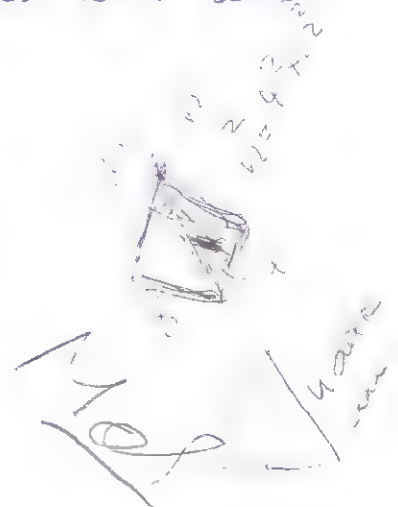
Área base: base \times base

A.C. Laterales: $(b \times h) / 2$

Área base: $8 \times 8 = 64$

A.C. Laterales: $(8 \times 12) / 2 = 48$

Área pirámide = $64 + 48 \times 4$
= 256



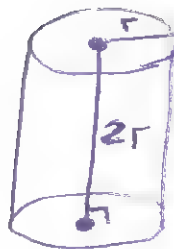
La hip en la altura del Δ

⑤ Una esfera tiene un volumen de $36\pi \text{ cm}^3$. ¿Cuál es su área total?

Arquímedes descubrió que el área de superficie de una esfera es igual al área lateral de superficie de un cilindro que tiene el mismo radio como la esfera y una altura de longitud del diámetro de la esfera.

El área de superficie del cilindro es $2\pi r(2r)$
= $4\pi r^2$

(5)



257

Área lateral de superficie del cilindro =
 $= 2\pi (2r) = 4\pi r^2$.

Área de superficie de una esfera con radio r es
 igual a $4\pi r^2$

La fórmula del volumen de una esfera es

$$V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3$$

$$36\pi \text{ cm}^3 = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3 \Rightarrow 27\pi \text{ cm}^3 = \pi r^3 \Rightarrow$$

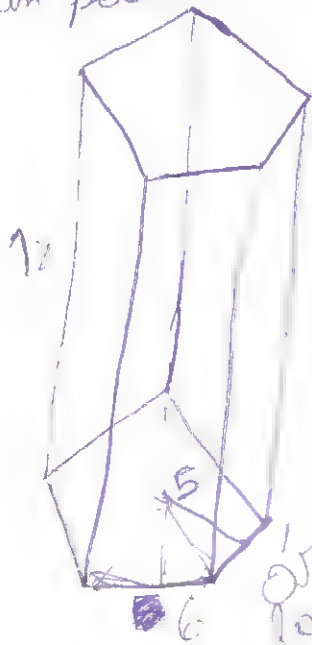
$$\frac{27\pi \text{ cm}^3}{\pi} = r^3 \Rightarrow 27 \text{ cm}^3 = r^3 \Rightarrow \sqrt[3]{27} = r$$

$$\Rightarrow \boxed{r = 3 \text{ cm}}$$

Área de superficie de una esfera. $4\pi \cdot 3^2 = 36\pi$
 $= 36\pi \approx 113,097$

6. Calcular el área total de un prisma pentagonal regular de altura 12 cm., donde la apotema de la base es 5 cm. y la medida de un lado de la misma es de 6 cm.

Es un poliedro



$$5 \times \frac{6 \times 5}{2} = 6 \times 12 \times 5$$

Área de la base

$$A_T = \text{Suma de } A_{\text{caras}}$$

$$A_L = \text{Suma de } A_{\text{caras laterales}}$$

hay 2 tipos de caras

$$\text{Área de la polígono regular} = \frac{\text{Perímetro} \times \text{apotema}}{2} \Rightarrow$$

Área de la cara lateral

$$A_{\text{del rectángulo}} : b \cdot h -$$

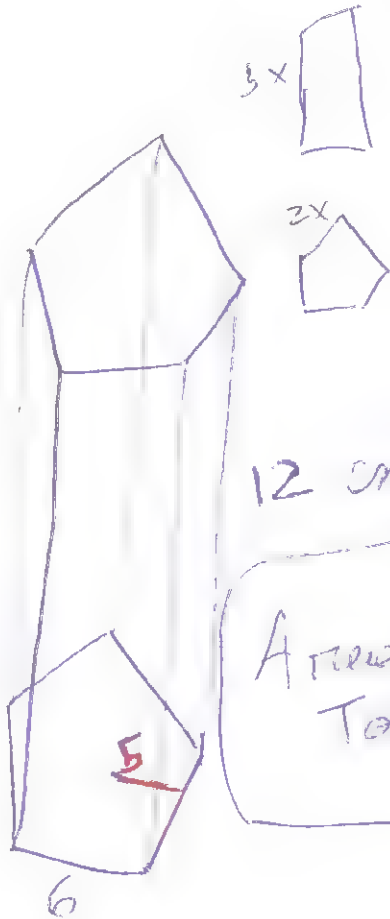
$$A_L = \text{Área del rectángulo} \times 5$$

$$\text{Área de la base} + \text{Área lateral}$$

$$= A_B + A_L$$

259

6) Calcular el área total del prisma pentagonal regular de altura 12 cm, donde la apotema de la base es 5 cm y la medida de un lado de la misma es de 6 cm.
¿La medida de un lado de la misma?



Área Bases: $A_{\text{polígono regular}} =$
 $= \frac{\text{perímetro} \times \text{apotema}}{2} = \frac{(5 \cdot 6) \cdot 5}{2} = \boxed{150 \text{ cm}^2}$

12 cm $A_{\text{rea}} = b \cdot h = 6 \cdot 12 = 72 \text{ cm}^2$

$A_{\text{rea Total}} = A_B + A_L = 222 \text{ cm}^2$

VOLUMEN DE CUERPOS

1. Una esfera tiene un volumen de $288\pi \text{ cm}^3$.
¿Cuál es su radio?

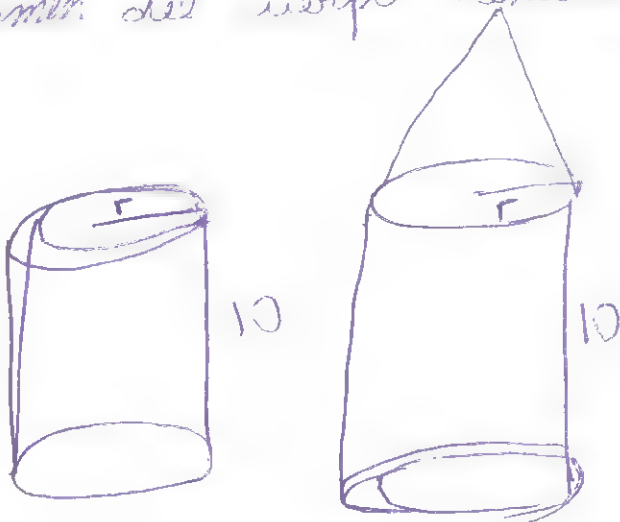
$$V_e = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3$$

$$\text{Volumen de una esfera} = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3$$

$$288\pi = \frac{4}{3} \pi r^3 \Rightarrow \frac{288 \cancel{\pi}}{\cancel{4} \cdot \pi} = r^3$$

$$\Rightarrow 216 = r^3 \Rightarrow r = \sqrt[3]{216} \Rightarrow \boxed{r=6}$$

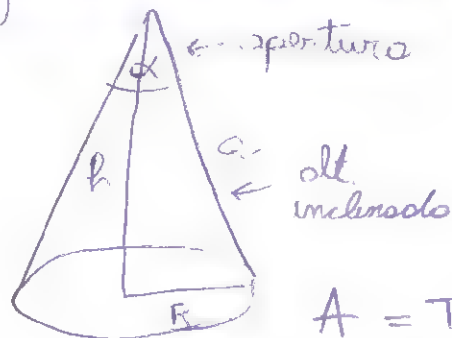
2. Un cilindro circular recto tiene un radio de 4 cm y una altura de 10 cm. Se sobre el mismo se apoya un cono de igual radio y 8 cm. de altura. ¿Cuál es el volumen del cuerpo resultante?



Área y volumen del cono

261

~~Área y volumen del cono~~



$$A = \pi R(R + a)$$

$$V = \frac{\pi h R^2}{3}$$

No necesitaba esto.



$$a^2 = 8^2 + 4^2$$

$$a^2 = 80$$

$$a = 4\sqrt{5}$$

Área del cilindro regular recto +
área de un cono.

$$\text{Área del cilindro} = A_L + 2.A_B$$

Área de un cilindro circular es:

$$A_{\text{rea}} = 2\pi \cdot r \cdot (r + h)$$

donde r es el radio de la base y h la altura del cilindro

$$A_E = 2\pi \cdot 4 \cdot (4 + 10) = 8\pi \cdot 14 = 112\pi$$

$$A_{\Delta} = \pi \cdot r \cdot (r + a) = \pi \cdot 4 \cdot (4 + 4\sqrt{5})$$

No necesitaba esto

$$= 16 + 16\sqrt{5}$$

¿Cuál es el volumen del cuerpo resultante?

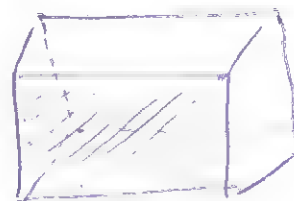
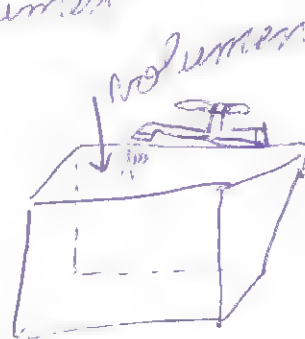
261



$$\text{Volumen de un cono} = \frac{\pi \times R^2 \times H}{3}$$

$$\text{Volumen de un cilindro circular recto} = \pi \cdot R^2 \cdot H$$

Si te ~~preguntas~~ pides que pantes lo caso 11/11
-ntes saber el caso para saber cuanto pantes 11/11-
tis la el pantes cuanto agua puede abajar una ~~cubo~~
cubo nos a tener que saber su volumen
cubo cuboid



$$\text{Volumen del cuerpo resultante} =$$

$$\text{Volumen del cono} = \frac{\pi \cdot 4^2 \cdot 8}{3} + \frac{\pi \cdot 4^2 \cdot 10}{3} = \frac{608 \pi \text{ cm}^3}{3}$$

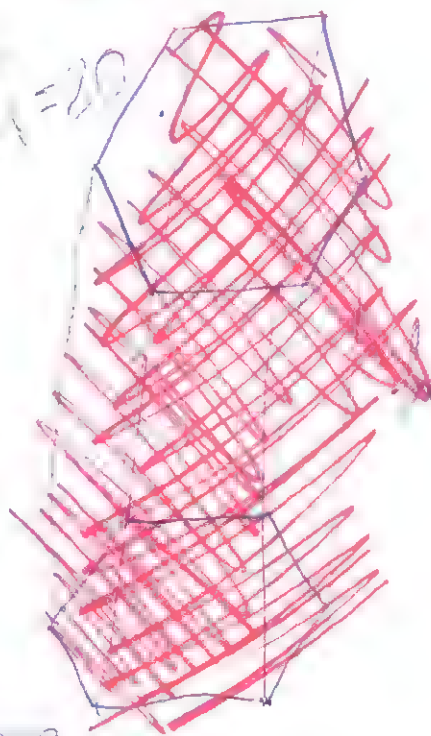
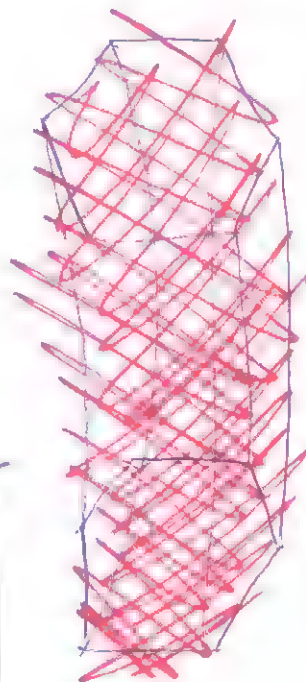
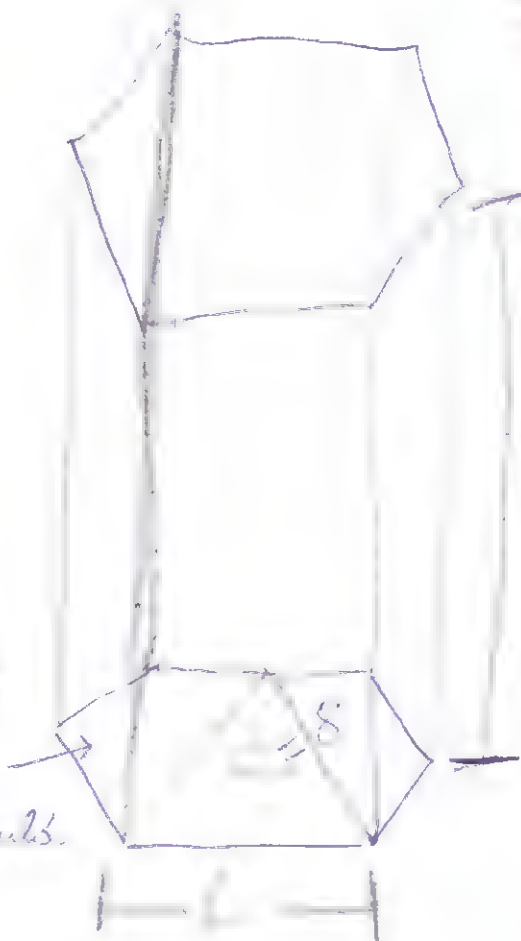
↑
↑
↑

volumen de un cilindro circular
volumen

3. Un prisma hexagonal regular tiene una altura de 20 cm y una apotema de 8 cm. ¿Cuál es su volumen?

$$V = \frac{P \cdot a}{2} \cdot h$$

hexágono
regular
formado
por 6 triángulos
equiláteros

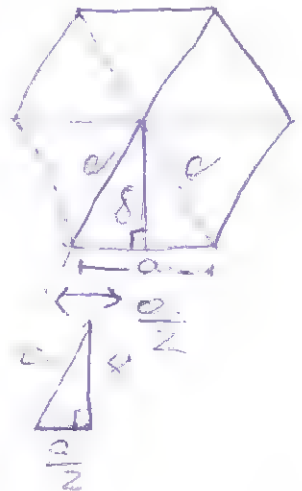


La apotema es la altura
del 1 triángulo en el prisma

Calcula los apotemas del hexágono regular

1.º apotema es el segmento que une el centro con los puntos de una de los lados.

2.º no apotema coincide con la altura de uno de los 6 triángulos equiláteros



Luego Volumen del prisma hexagonal regular = $\frac{P \cdot a}{2} \times h$

$$6 \cdot \left(\frac{16\sqrt{3}}{3} \right) \times 8 = \boxed{221,70 \text{ cm}^3} \quad a^2 = 8^2 + \left(\frac{a}{2} \right)^2$$

$$a^2 = 64 + \frac{a^2}{4}$$

$$\frac{3}{4} a^2 = 64$$

$$\boxed{\frac{16\sqrt{3}}{3} = a}$$

4. Um cone invertido tem uma altura de 12 cm e um raio de 6 cm. Se se inscrever uma semiesfera de igual raio no ponto superior do cone, qual é o volume do corpo resultante?



$$V_{\text{cono}} = \pi \cdot r^2 \cdot h$$

$$V_{\text{esfera}} = \frac{4}{3} \pi r^3$$

$$= 432\pi$$

$$= 288\pi$$

$$V_{\text{cono}} = \pi \cdot 6^2 \cdot 12 + V_{\text{esfera}} = \frac{4}{3} \pi \cdot 6^3$$

- Volume do corpo resultante =

$$V_{\text{cono}} + V_{\text{esfera}} = 720\pi$$

5. Una pirámide cuadrangular regular tiene una altura de 16 cm. y una arista de ~~base~~ la base de 10 cm. Si se apoya sobre un cubo de igual arista, ¿cuál es el V del cuerpo resultante?

Volumen Pirámide cuadrangular regular =

$$\frac{A_{\text{base}} \cdot h}{3} = \left(\text{Área base} \cdot h \right) \cdot \frac{1}{3}; \text{Área Base} = l \cdot l$$

$$\text{Volumen de un cubo} \cdot l \cdot l \cdot l = 10^3$$



$$\text{Área Base pirámide cuadrangular regular} \cdot 10 \cdot 10 = 100 \text{ cm}^2$$

Volumen pirámide cuadrangular regular =

$$\left(100 \cdot 16 \right) \cdot \frac{1}{3} = \frac{1600}{3} \text{ cm}^3$$

∴ Volumen del cuerpo resultante.

$$10^3 + \frac{1600}{3}$$

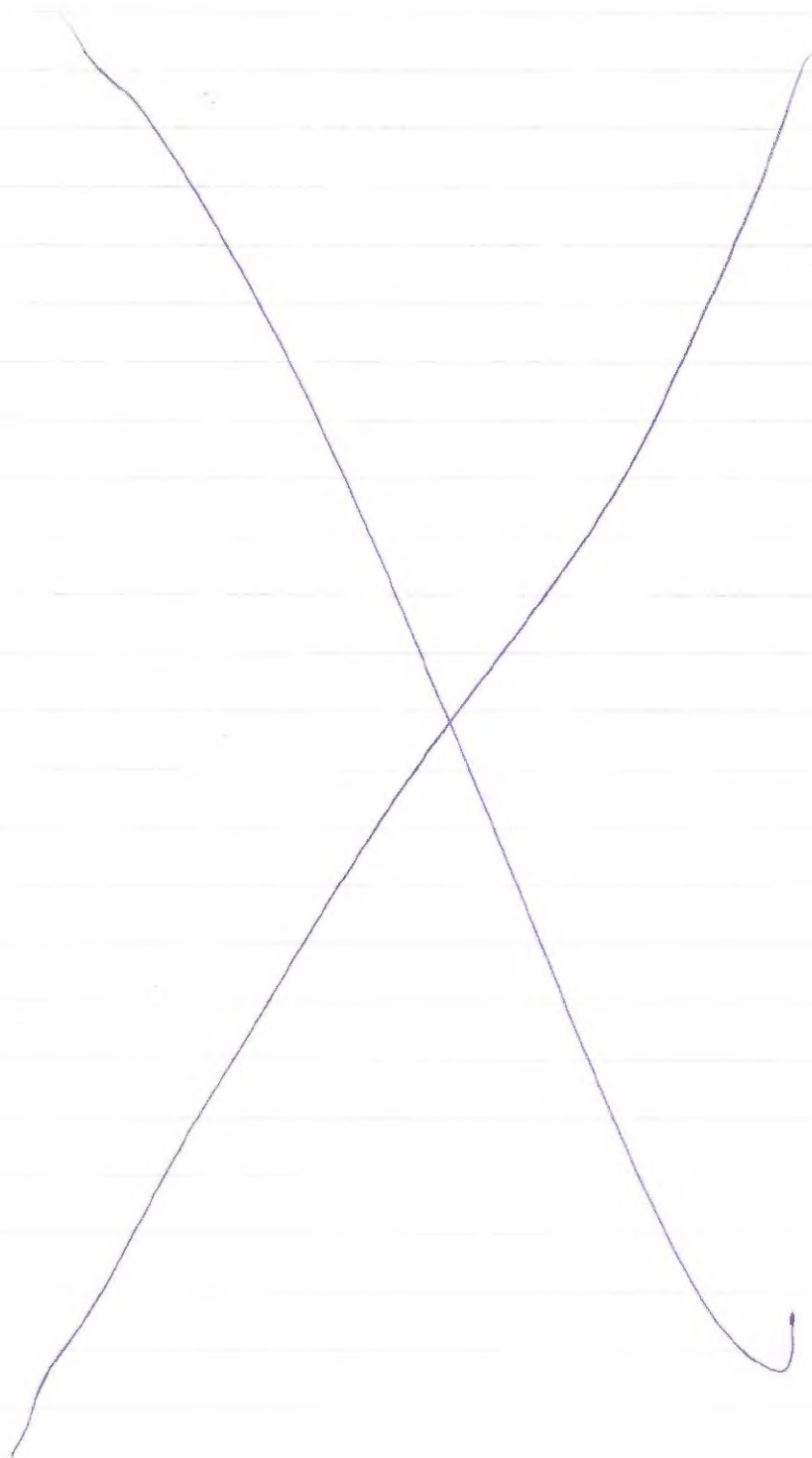
6. El área total de un cubo es de 150m^2
Hallar su volumen.

Área de un cubo. $6 * l^2$

$$6 * l^2 = 150\text{m}^2 \Rightarrow l^2 = \frac{150}{6} \text{m}^2 \Rightarrow$$

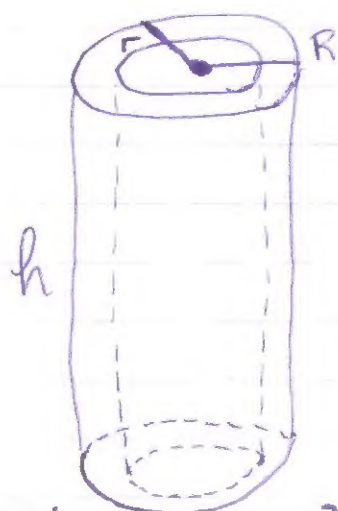
$$l^2 = 25 \Rightarrow \textcircled{l = 5}$$

$$\begin{aligned} \text{Volumen de un cubo} &= l * l * l = l^3 \\ &= 5^3 = 125 \end{aligned}$$



7. Encuentra el volumen de un tubo (cilindro hueco) de altura 12 cm, cuyos radios de base son 6 cm y 4 cm.

Volumen de un cilindro hueco: $\pi * h * (R^2 - r^2)$

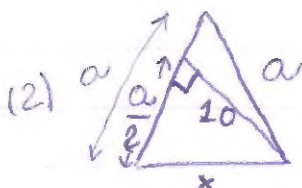
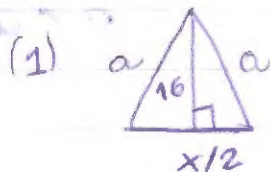


$$V = \pi * h * (R^2 - r^2)$$

$$\begin{aligned} \text{Volumen del cilindro hueco: } & \pi * 12 * (6^2 - 4^2) \\ & = 240\pi \end{aligned}$$

Repaso

(2) En un Δ isósceles, la altura correspondiente a esa base mide 16 cm. y la altura relativa a uno de los lados iguales mide 10 cm. ¿cuál es el área del Δ ?



$$(1) \left(\frac{x}{2}\right)^2 + 16^2 = a^2 \Rightarrow \frac{x^2}{4} = a^2 - 16^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x^2 = (a^2 - 16^2) \cdot \frac{1}{4}$$

$$(2) 10^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2 = x^2 \Rightarrow 10 + \left(\frac{a}{4}\right)^2 =$$

$$\Rightarrow 10^2 + \frac{a^2}{4} = (a^2 - 16^2) \cdot \frac{1}{4} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 10^2 + \frac{a^2}{4} = \frac{a^2}{4} - 64 \Rightarrow 10 = -64 \quad \left(\frac{x}{0}\right)$$

X

$$(1) \left(\frac{x}{2}\right)^2 + 16^2 = a^2 \Rightarrow \frac{x^2}{48} + 128 = \frac{a^2}{2}$$

$$(2) 10^2 + \left(\frac{x^2}{8} + 128\right)^2 = x^2 \Rightarrow 100 + \frac{x^4}{64} +$$

$$+ 16x^2 + 16x^2 + 16334 = x^2 \Rightarrow \frac{x^4}{64} + 32x^2 + 16434 = x^2$$

$$\frac{x^4}{64} + 32x^2 + 16434 = x^2 \Rightarrow \frac{x^4}{64} + 31x^2 + 16434 = 0$$

mult. x -64

$$\Rightarrow x^4 + (-2048)x^2 + -1051776 = 0$$

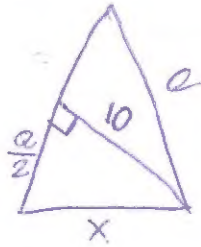
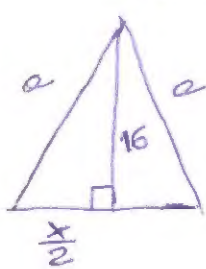
x^4 + (-2048)x^2 + -1051776 = 0

$$\left(\frac{x^2}{8} + 128\right) \left(\frac{x^2}{8} + 128\right) = \frac{x^4}{64} + 16x^2 + 16x^2 + 16334$$

$$a = 4\sqrt{\frac{281}{15}} \quad x = 8\sqrt{\frac{41}{15}}$$

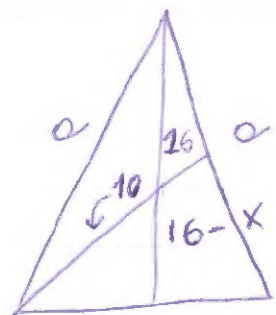
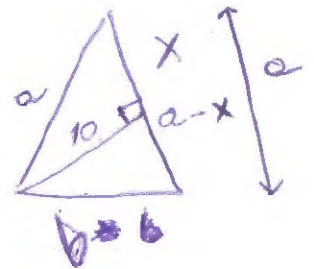
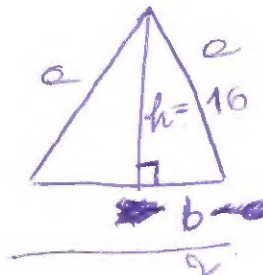
②

$$\text{Área del } \triangle = \frac{b \cdot h}{2}$$



$$\frac{8 - \sqrt{\frac{41}{15}} \cdot 16}{2} = \frac{16 - \sqrt{615}}{15}$$

② Otra vez.



$$(1) 16^2 + \left(\frac{b}{2}\right)^2 = a^2$$

$$(2) 10^2 + (a-x)^2 = b^2$$

$$(3) x^2 + 10^2 = a^2$$

$$\left\{ \begin{array}{l} a = \frac{256}{\sqrt{231}} \\ b = \frac{160}{\sqrt{231}} \\ x = \frac{206}{\sqrt{231}} \end{array} \right.$$